

★

ГЛАВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ
ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЕЙ
МИНИСТЕРСТВА ПРОСВЕЩЕНИЯ РСФСР
НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КАБИНЕТ
ПО ЗАОЧНОМУ ОБУЧЕНИЮ УЧИТЕЛЕЙ

В. А. ИГНАТЬЕВ и С. А. ПОНОМАРЕВ

**СБОРНИК ЗАДАЧ
ПО АРИФМЕТИКЕ
С УКАЗАНИЕМ ПРИЕМОВ
ИХ РЕШЕНИЙ**

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ ДЛЯ ЗАОЧНИКОВ
ПЕДАГОГИЧЕСКИХ УЧИЛИЩ

учпедгиз · 1954

ПРЕДИСЛОВИЕ

В 3-е издание сборника внесены следующие изменения и исправления:

- а) уточнена редакция отдельных задач и некоторые из них заменены;
- б) увеличено число задач с приведёнными их решениями;
- в) включены задачи, предлагавшиеся в качестве контрольных и экзаменационных работ в 1948—1952 гг.

Материал сборника по I и II классам составил С. А. Пономарёв, а по III и IV классам — В. А. Игнатьев.

Авторы



УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

Предлагаемый сборник ставит своей целью оказать помощь заочнику в овладении умением решать задачи.

Материал сборника составлен в соответствии с программой четырёхлетнего обучения.

Помещённым задачам каждого типа предшествует решение с объяснением задачи данного типа. В некоторых случаях, в зависимости от особенностей типа, даётся или решение нескольких задач (решение задач на смешение I и II рода, на замену и т. д.), или решение их несколькими способами. Задачи расположены в порядке нарастающей трудности. В конце раздела каждого класса даются смешанные задачи на комбинации различных типов.

В соответствии с требованием Министерства просвещения к учащимся, оканчивающим педагогические училища, в сборнике даются: 1) образцы развёрнутого решения, 2) примеры и задачи, сопровождающиеся объяснением и проверкой ответа.

Всего в сборнике помещено более 600 задач, из них свыше 150 даны с решениями или указаниями к их решению. Авторы считают, что при условии решения помещённых в сборнике задач учащиеся должны овладеть умением решать задачи, что, конечно, не исключает и использование материала из других задачников.

При решении задач рекомендуем пользоваться следующей памяткой:

1. Внимательно прочтите условие задачи. Если оно трудно воспринимается, прочтите задачу ещё раз и объясните её себе устно. Запомните, что надо определить. Запишите кратко условие задачи: правильная и аккуратная запись условия задачи помогает её решению.

2. Сделайте по условию задачи график или схему, чтобы лучше уточнить её условие.

3. Определите тип задачи и наметьте план решения.

4. Проверяйте свои вычисления, не дожидаясь окончания решения задачи.

5. Замеченные ошибки исправляйте, надписывая верное над неверным или рядом с ним.

6. Пока не закончили решение задачи, не заглядывайте в ответ, а проверьте полученные данные.

7. После решения задачи обязательно произведите проверку.

8. Избегайте обращаться за чьей-либо помощью, а старайтесь решить задачу самостоятельно.

9. Сравните данную задачу с задачами, решавшимися раньше. Составьте к ней числовую формулу.

10. Пользуйтесь приведёнными в методическом пособии схемами разбора задач, образцами записи и решениями.

Авторы

УПРАЖНЕНИЯ НА РУССКИХ СЧЕТАХ

Русские счёты¹ представляют собой простой и вместе с тем удобный вычислительный прибор. В начальной школе русские счёты применяются в качестве наглядного пособия при изучении нумерации, а также и для обучения производства действий сложения и вычитания чисел.

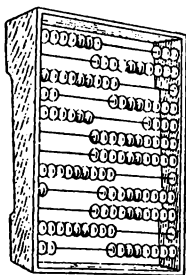


Рис. 1.

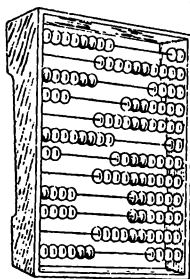


Рис. 2.

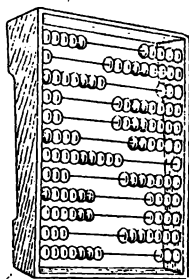


Рис. 3.

Прочтите числа, отложенные на счётах (рис. 1—3), и укажите отсутствующие разряды.

1. а) Отложить на счётах число, состоящее: из двенадцати единиц, из пятнадцати десятков, из 63 сотен; из 15 сотен тысяч; из 25 миллионов.

б) Отложить на счётах число, состоящее: из пятисот тридцати шести единиц; из пятисот тридцати шести тысяч; из пятисот тридцати шести миллионов.

в) Отложить на счётах числа: 30 942; 5 034 867; 48 495 098.

¹ Русские конторские счёты изобретены при Иване III. Первоначальная их форма — доска с шариками, надетыми на шнуры, так называемый «дощатый счёт».

2. С помощью счётов выполнить сложение:

- а) $304\ 732 + 51\ 024 + 4234$
 б) $1\ 200\ 705 + 36\ 024 + 4\ 321\ 500$
 в) $36\ 302 + 51\ 413 + 40\ 385$
 г) $506\ 792 + 105\ 204 + 78\ 004$
 д) $4\ 250\ 745 + 608\ 499 + 999\ 999$

3. С помощью счётов выполнить вычитание:

- а) $57\ 564 - 4323$
 б) $425\ 968 - 120\ 957$
 в) $70\ 000 - 28\ 506$
 г) $94\ 508 - 75\ 725$
 д) $30\ 075 - 24\ 369$

4. В приведённой ниже таблице с помощью счётов заполнить последний столбец и последнюю строку (итого):

№ п/п	Виды производственных средств	Наличие на начало года (в руб.)	Поступило в отчётном году (в руб.)	Наличие на конец года
1	Здания	56 409	42 580	
2	Силовое оборудование . . .	12 078	10 078	
3	Производственное оборудование	44 576	39 707	
4	Передаточные устройства .	6 593	2 406	
5	Транспортные средства . .	16 906	11 491	
	Итого . . .			

5. Колхоз при окончательном расчёте выдаёт за один трудовой день 5 руб. 60 коп. деньгами, 3 кг 300 г зерна и 5 кг 600 г овощей. Заполнить следующую ведомость:

№ п/п	Фамилия, имя, отчество	Число трудовых дней	Причитается			
			Деньгами		Зерном	Овощами
руб.	коп.					
1	Иванов П. И.	406				
2	Пегров С. Ф.	389				
3	Сазонова А. И.	324				
4	Канукина Ф. С.	402				
5	Федоров И. К.	463				

ЗАДАЧИ НА ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ КОМПОНЕНТАМИ И РЕЗУЛЬТАТОМ ДЕЙСТВИИ

6. На основании зависимости между компонентами и результатом действий найти x из выражения:

$$\left[300 : \frac{(25x + 175) \cdot 6}{8} + 38 \right] : 20 = 2.$$

Последнее действие в данном выражении — деление. Неизвестное входит в состав делимого. Неизвестное делимое равно частному (2), умноженному на делитель (20):

$$300 : \frac{(25x + 175) \cdot 6}{8} + 38 = 40.$$

Последнее действие — сложение. Неизвестное входит в состав слагаемого. Неизвестное слагаемое равно сумме (40) без известного слагаемого (38):

$$300 : \frac{(25x + 175) \cdot 6}{8} = 40 - 38 = 2.$$

Последнее действие — деление. Неизвестное входит в состав делителя.

Неизвестный делитель равен делимому (300), делённому на частное (2):

$$\frac{(25x + 175) \cdot 6}{8} = 300 : 2 = 150.$$

Последнее действие — деление. Неизвестное входит в состав делимого.

Неизвестное делимое равно частному (150), умноженному на делитель (8):

$$(25x + 175) \cdot 6 = 150 : 8 = 1200.$$

Последнее действие — умножение. Неизвестное входит в состав множимого.

Неизвестное множимое равно произведению (1200), делённому на множитель (6):

$$25x + 175 = 1200 : 6 = 200.$$

Последнее действие — сложение. Неизвестное входит в состав слагаемого.

Неизвестное слагаемое равно сумме (200) без известного слагаемого (175):

$$25x = 200 - 175 = 25.$$

Последнее действие — умножение. Неизвестное является множителем.

Неизвестный множитель равен произведению (25), делённому на множимое (25):

$$x = 25 : 25 = 1; x = 1.$$

Проверка. Подставим в данное нам равенство вместо x его значение 1 и проверим справедливость равенства:

$$\left[300 : \frac{(25 \cdot 1 + 175) \cdot 6}{8} + 38 \right] : 20 = 2.$$

1) $25 \cdot 1 = 25$

2) $25 + 175 = 200$

3) $200 \cdot 6 = 1200$

4) $1200 : 8 = 150$

5) $300 : 150 = 2$

6) $2 + 38 = 40$

7) $40 : 20 = 2$

Левая часть равенства (2)
равна правой части (2).

Следовательно, ответ $x = 1$ — верен.

7. На основании зависимости между компонентами и результатом действия найти x из выражений:

а) $[420 : (160 - 1000 : x) + 24] \cdot 5 = 180$

б) $1225 : \left[\frac{(13x - 30x) \cdot 4}{12} - 10 \right] = 7$

в) $\left\{ \left[\frac{(120 + x) \cdot 40}{2} + 200 \right] : 131 \right\} : 20 = 1$

г*) $[(x - 63 \cdot 145) \cdot 275 - 8647] : 6757 = 229$

к*) $125 \cdot 125 : \left[\left(1001 - \frac{1100x - 160}{24} \right) \cdot 55 \right] = 25.$

8. После выполнения сложения и вычитания на доске были стёрты некоторые цифры, вследствие чего осталась следующая запись:

$\begin{array}{r} 1) \quad 25?38 \\ + \quad 329?3 \\ \hline \quad ?3457 \\ \hline 12?03? \end{array}$	$\begin{array}{r} 2) \quad 56?7 \\ + \quad ?32 \\ \hline \quad 9341 \\ \hline 1518? \end{array}$	$\begin{array}{r} 3) \quad 3412? \\ + \quad 279?5 \\ \hline \quad 50?34 \\ \hline \quad \quad ?450 \\ \hline 120732 \end{array}$
---	--	--

$\begin{array}{r} 4) \quad ?27? \\ - \quad 1?89 \\ \hline \quad 31?7 \end{array}$	$\begin{array}{r} 5) \quad ?567 \\ - \quad 1??9 \\ \hline \quad 70? \end{array}$	$\begin{array}{r} 6) \quad 6??54 \\ - \quad 4186? \\ \hline \quad 181?9 \end{array}$
---	--	--

Восстановить стёртые цифры, обозначенные знаком вопроса.

*) Упражнения, отмеченные звёздочкой, являлись задачами контрольных работ для заочников в 1950 г.

Решение 1-го примера.

- 1) $8 + 3 + 7 = ?$; сумма равна 18, т. е. цифра единиц её 8.
- 2) $1 + 3 + ? + 5 = 13$; цифра десятков во 2-м слагаемом 4.
- 3) $1 + ? + 9 + 4 = 20$; цифра сотен в 1-м слагаемом 6.
- 4) $5 + 2 + 3 + 2 = ?$; сумма 12, т. е. цифра тысяч в сумме 2.
- 5) $1 + 2 + 3 + ? = 12$; цифра десятков тысяч 3-го слагаемого 6.

$$\begin{array}{r} \text{Ответ.} \quad 25\,638 \\ + \quad 32\,943 \\ \hline 63\,457 \\ \hline 122\,038 \end{array}$$

Решение 4-го примера.

- 1) $9 + 7 = 16$; цифра единиц уменьшаемого 6.
- 2) $16 - 8 = ?$; цифра десятков разности 8.
- 3) $1 - ? = 1$; цифра сотен вычитаемого 0.
- 4) $? - 1 = 3$; цифра тысяч уменьшаемого 4.

$$\begin{array}{r} \text{Ответ.} \quad 4276 \\ - \quad 1089 \\ \hline 3187 \end{array}$$

3. После выполнения примеров на умножение на доске были стёрты некоторые цифры, вследствие чего осталась следующая запись:

$$\begin{array}{r} 1) \quad \begin{array}{r} \text{????} \\ \times \quad ?2 \\ \hline 12?68 \\ 623? \\ \hline ??80? \end{array} \quad 2) \quad \begin{array}{r} \text{???} \\ \times \quad 2? \\ \hline 162? \\ 6?8 \\ \hline ?100 \end{array} \quad 3) \quad \begin{array}{r} \text{????} \\ \times \quad ?5 \\ \hline 6?25 \\ 124? \\ \hline ??67? \end{array} \end{array}$$

Решение 1-го примера. Последняя цифра 2-го частного произведения в сумме с 6 должна дать 10, так как сумма двух однозначных чисел всегда даёт число, меньшее 20. Следовательно, эта цифра есть 4, так как $6 + 4 = 10$.

Цифра сотен 1-го частного произведения в сумме с 3 сотнями 2-го частного произведения и 1 сотней, полученной от сложения предыдущего разряда частных произведений, должна равняться 4, так как $? + 3 + 1 = 8$. Легко видеть, что цифра единиц произведения 8, цифра тысяч 4, цифра десятков тысяч 7.

Так как 1-е частное произведение 12 468, а оно равно множимому, умноженному на 2, то множимое равно $12\,468 : 2 = 6234$.

Чтобы найти цифру десятков множителя, надо 2-е частное произведение разделить на множимое, т. е. $6234 : 6234 = 1$.

Итак, множимое равно 6 234, множитель 12 и произведение 74 808.

**ЗАДАЧИ НА ИЗМЕНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТА ДЕЙСТВИЯ
В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ИЗМЕНЕНИЯ КОМПОНЕНТОВ ДЕЙСТВИЯ**

10. Колхоз имел два сада. В одном саду растут 150 яблоневых и 270 вишнёвых деревьев, а в другом — яблоневых деревьев на 80 больше, а вишнёвых на 70 меньше, чем в первом. В каком саду больше яблоневых и вишнёвых деревьев вместе и на сколько?

Решение. 1-й способ (без учёта изменения результата действий).

1) Сколько плодовых деревьев в первом саду?

$$150 \text{ дер.} + 270 \text{ дер.} = 420 \text{ дер.}$$

2) Сколько яблоневых деревьев во втором саду?

$$150 \text{ дер.} + 80 \text{ дер.} = 230 \text{ дер.}$$

3) Сколько вишнёвых деревьев во втором саду?

$$270 \text{ дер.} - 70 \text{ дер.} = 200 \text{ дер.}$$

4) Сколько плодовых деревьев во втором саду?

$$200 \text{ дер.} + 230 \text{ дер.} = 430 \text{ дер.}$$

5) На сколько плодовых деревьев больше во втором саду, чем в первом?

$$430 \text{ дер.} - 420 \text{ дер.} = 10 \text{ дер.}$$

2-й способ. Чтобы узнать, сколько было плодовых деревьев во втором саду, рассмотрим, как изменятся слагаемые числа. Первое слагаемое (150 яблонь) увеличивается на 80, следовательно, увеличивается на 80 и сумма, а второе слагаемое (270 вишнёвых деревьев) уменьшается на 70, т. е. сумма уменьшится на 70. Таким образом, сумма увеличится на $80 \text{ дер.} - 70 \text{ дер.} = 10 \text{ дер.}$ Следовательно, во втором саду плодовых деревьев на 10 больше, чем в первом.

Примечание. Из сравнения приведённых двух решений видно преимущество 2-го решения. Поэтому все последующие задачи желательно решать этим приёмом.

11. В одной средней школе в младших классах было 210 учеников, а в старших классах — на 50 учеников больше. В другой средней школе в младших классах было на 80 учеников больше, а в старших — на 50 учеников меньше, чем в первой. В какой школе больше учащихся и на сколько?

(Решить двумя способами.)

Указание. При выполнении действий над именованными числами можно пользоваться одной из двух следующих форм записи:

1-я форма записи. Наименования именованных чисел ставятся при каждом компоненте. Приведём примеры верной и неверной записи решений.

Верная запись: 1) $2 \text{ км} + 3 \text{ км} = 5 \text{ км}$; 2) 6 руб. 20 коп. — 3 руб. 70 коп. = 2 руб. 50 коп.

Неверная запись: 1) $2 \text{ км} + 3 = 5 \text{ км}$; 2) 6 руб. 20 коп. — 370 = 2 руб. 50 коп.

2-я форма записи. Наименования именованных чисел ставятся только при результате действия, причём ставятся обязательно в скобках.

Например:

Верная запись: 1) $2 + 3 = 5 \text{ (км)}$; 2) $5 - 4 = 1 \text{ (м)}$.

Неверная запись: 1) $2 + 3 = 5 \text{ км}$; 2) $5 - 4 = 1 \text{ м}$.

12. На нефтяной базе в пяти баках было 1250 *t* нефти. Из первого бака перекачали во второй 68 *t* нефти, из третьего бака продали 115 *t*, а в четвёртый бак поступило 150 *t* нефти. Сколько тонн нефти стало после этого во всех баках?

(Решить двумя способами.)

13. В I и IV классах начальной школы 80 учеников. В I классе на 7 учеников больше, чем в III, а во II на 6 человек больше, чем в IV. Сколько учеников учится во II и III классах вместе?

14. В одном закреме было на 500 кг зерна больше, чем в другом; когда из первого закрема взяли 75 кг зерна, а из второго некоторое другое количество, то в первом закреме оказалось на 640 кг зерна больше, чем осталось во втором. Сколько зерна было взято из второго закрема?

15. Из питомника пересадили 38 берёзок и 19 ёлок, после чего берёз в нём осталось на 18 больше, чем ёлок. Каких деревьев было посажено больше и на сколько?

16. В первой корзине на 30 яблок меньше, чем во второй. Как изменится эта разность, если:

а) из второй корзины переложить в первую 15 яблок?

б) из первой переложить во вторую 15 яблок?

17. Произведение двух чисел 1134; оно уменьшится на 54, если множимое уменьшить на 3. Найти множимое и множитель.

Решение. Если множимое уменьшить на 3, то произведение уменьшится на утроенный множитель. Следовательно, множитель равен $54 : 3 = 18$, а множимое равно $1134 : 18 = 63$.

Ответ. 63; 18.

18. Произведение двух чисел 240; оно уменьшится на 90, если множитель уменьшить на 6. Найти множимое и множитель.

19. Одна колонна автомашин, совершив 2 поездки, доставила из села в город некоторое количество овощей.

Во сколько раз больше доставила овощей из того же села другая колонна автомашин, в которой машин было в 3 раза больше, чем в первой, если они совершили по 4 поездки, причём грузоподъёмность каждой машины была в 2 раза меньше, чем грузоподъёмность машины первой колонны?

20. Уменьшаемое 2550. Если сложить уменьшаемое с разностью, то получится число, втрое больше вычитаемого. Найти вычитаемое.

21. Что делается с произведением $48 \cdot 30$, если первый сомножитель увеличим на 3 единицы, а второй — на 5 единиц?

Решение. Произведение $48 \cdot 30 = 1440$. Чтобы найти произведение, полученное при изменении сомножителей, мы должны $(48 + 3)$ умножить на $(30 + 5)$. Чтобы умножить сумму на сумму, надо каждое слагаемое первой суммы умножить на каждое слагаемое второй суммы и полученные произведения сложить:

$$(48 + 3) \cdot (30 + 5) = 48 \cdot 30 + 48 \cdot 5 + 3 \cdot 30 + 3 \cdot 5.$$

Чтобы узнать, на сколько увеличилось произведение, надо из второго произведения вычесть первое, т. е. $48 \cdot 30 + 48 \cdot 5 + 3 \cdot 30 + 3 \cdot 5 - 48 \cdot 30$. Следовательно, произведение увеличится на $48 \cdot 5 + 3 \cdot 30 + 3 \cdot 5 = 345$.

Ответ. Произведение увеличится на 345.

22. Что делается с произведением $35 \cdot 12$, если первый сомножитель увеличить на 5 единиц, а второй увеличить на 3 единицы?

23. Что делается с произведением $45 \cdot 20$, если первый сомножитель уменьшить на 5 единиц, а второй уменьшить на 3 единицы?

1. ЗАДАЧИ НА ВЫЧИСЛЕНИЕ СРЕДНЕГО АРИФМЕТИЧЕСКОГО, А ТАКЖЕ НА СМЕШЕНИЕ И СПЛАВЫ ПЕРВОГО РОДА

1. Задачи на вычисление среднего арифметического

24. В течение первых четырёх дней июня в 9 часов утра измеряли температуру воздуха: она была 12° , 15° , 16° , 13° . Узнать среднюю температуру воздуха за эти 4 дня июня.

Решение. Так как средним арифметическим (простым) нескольких чисел называется частное от деления их суммы на число слагаемых, то решение данной задачи можно записать в следующем виде:

$$(12^\circ + 15^\circ + 16^\circ + 13^\circ) : 4 = 14^\circ.$$

Ответ. 14° .

25. Завод выплавил в 1-й день 215 т чугуна, во 2-й день 245 т, в 3-й день 248 т, в 4-й 250 т, в 5-й 260 т и в 6-й день 282 т. Сколько чугуна в среднем завод выплавил за день?

26. Ученик пять раз измерил шагами расстояние от своей квартиры до школы и получил такие данные: 1550, 1520, 1535, 1542, 1533. Сколько в среднем минут идёт ученик от дома до шко-

лы, если считать шаг ученика за 60 см и среднюю скорость его движения за 4200 м в час?

27. Автомобиль проехал за первые два часа 98 км, а за последние три часа 127 км. Сколько километров в среднем проехал автомобиль в час?

28. В доме живут три семьи. 1-я семья для освещения квартиры имеет 3 электрические лампы, 2-я семья — 4 лампы и 3-я семья — 5 ламп. Сколько должна заплатить каждая семья за электроэнергию, если лампы были одинаковой мощности, а общий счёт (на дом) оплаты электроэнергии составил 48 руб.?

29. На огороде собрано картофеля с 50 кустов по 1100 г, с 70 кустов по 800 г, с 80 кустов по 900 г с каждого куста. Сколько граммов картофеля в среднем собрано с каждого куста?

Эта задача — на так называемое «среднее арифметическое взвешенное».

Решение.

1) Сколько граммов картофеля собрано с 50 кустов?

$$1100 \text{ г} \cdot 50 = 55\,000 \text{ г.}$$

2) Сколько граммов картофеля собрано с 70 кустов?

$$800 \text{ г} \cdot 70 = 56\,000 \text{ г.}$$

3) Сколько граммов картофеля собрано с 80 кустов?

$$900 \text{ г} \cdot 80 = 72\,000 \text{ г.}$$

4) Сколько всего кустов вырыто?

$$50 \text{ к.} + 70 \text{ к.} + 80 \text{ к.} = 200 \text{ к.}$$

5) Сколько всего собрано картофеля?

$$55\,000 \text{ г} + 56\,000 \text{ г} + 72\,000 \text{ г} = 183\,000 \text{ г.}$$

6) Сколько картофеля в среднем собрано с одного куста?

$$183\,000 \text{ г} : 200 = 915 \text{ г.}$$

Ответ. 915 г.

30. Товарный поезд 4 часа шёл со скоростью 40 км в час, затем 2 часа со скоростью 55 км в час и 4 часа со скоростью 45 км в час. Определить среднюю скорость поезда в час.

31. Следующие данные характеризуют рост урожайности зерновых культур колхоза «Вперёд», объединившего шесть мелких артелей:

	До укрупнения в артелях	После укрупнения			
		1946 г.	1947 г.	1948 г.	1949 г.
Урожай с га	11 ц 30 кг	12 ц 80 кг	15 ц 90 кг	21 ц 30 кг	22 ц
Валовой сбор . .	3616 ц	4480 ц	5883 ц	8520 ц	9760 ц

1) Вычислить средний рост урожайности с га и средний прирост валового сбора в период 1946—1949 годов;

2) начертить диаграмму роста урожайности с гектара и валового сбора;

3) вычислить, на сколько гектаров увеличилась посевная площадь.

32. Произведите распределение оплаты электрического освещения по счёту в общей сумме 50 руб. между тремя квартирами, пользующимися одним счётчиком.

Фамилия	Иванов		Сидорова		Попов	
Число ламп	1	3	2	2	3	2
Число свечей в каждой лампе	50	25	50	25	25	75

При расчёте исходите из числа свечей во всех лампах каждой квартиры.

33. Среднее арифметическое трёх чисел равно 18. Одно из них равно 20, другое равно 10. Найти третье число.

Решение.

1) Чему равна сумма трёх чисел?

$$18 \cdot 3 = 54.$$

2) Чему равна сумма двух чисел?

$$20 + 10 = 30.$$

3) Чему равно третье число?

$$54 - 30 = 24.$$

Ответ. 24.

34. Среднее арифметическое двух чисел равно 130; одно из чисел 150. Найти другое число.

35. Турист проделал следующий путь: 2 часа поездом по 50 км в час, 2 часа пешком по 4 км в час и 4 часа автобусом, причём средняя скорость движения за весь путь составила 32 км в час. Какова была скорость движения на автомобиле?

2. Задачи на смешение первого рода

36. Смешаны 3 куб. м сосновых, 2 куб. м берёзовых и 5 куб. м осиновых дров. Сколько стоит кубометр смеси дров, если кубометр осиновых дров стоит 21 руб., кубометр берёзовых на 4 руб. дороже кубометра сосновых, а кубометр осиновых на 9 руб. дешевле кубометра берёзовых дров?

Решение.

1) Сколько стоит 1 куб. м берёзовых дров?

$$21 \text{ руб.} + 4 \text{ руб.} = 25 \text{ руб.}$$

2) Сколько стоит 1 куб. м осиновых дров?

$$25 \text{ руб.} - 9 \text{ руб.} = 16 \text{ руб.}$$

3) Сколько стоят 3 куб. м сосновых дров?

$$21 \text{ руб.} \cdot 3 = 63 \text{ руб.}$$

4) Сколько стоят 2 куб. м берёзовых дров?

$$25 \text{ руб.} \cdot 2 = 50 \text{ руб.}$$

5) Сколько стоят 5 куб. м осиновых дров?

$$16 \text{ руб.} \cdot 5 = 80 \text{ руб.}$$

6) Сколько кубометров дров всего смешано?

$$2 \text{ куб. м} + 3 \text{ куб. м} + 5 \text{ куб. м} = 10 \text{ куб. м.}$$

7) Сколько стоят все дрова?

$$63 \text{ руб.} + 50 \text{ руб.} + 80 \text{ руб.} = 193 \text{ руб.}$$

8) Сколько стоит 1 куб. м смеси?

$$193 \text{ руб.} : 10 = 19 \text{ руб. } 30 \text{ коп.}$$

Ответ. 19 руб. 30 коп.

37. Пробный отлов 40 карпов-годовичков дал следующую картину: 25 карпов были весом по 510 г каждый, 8 карпов — по 600 г и 7 карпов — по 650 г. Каков средний вес карпа-годовичка?

38. 2 литра сиропа стоимостью по 1 руб. 35 коп. за 1 л добавили к 7 л воды. Сколько стоит 1 л полученной воды с сиропом?

39. Магазин взял для компота сухие фрукты: чернослива 10 кг по 12 руб. за килограмм, сушёных яблок 20 кг по 8 руб. за килограмм и урюка 10 кг по 10 руб. за килограмм. По какой цене магазин должен продавать 1 кг компота?

40. На дровяном складе смешано a куб. м берёзовых дров по b руб. за куб. м, c куб. м сосновых дров по d руб. и e куб. м осинных дров по f руб. Накладные расходы (хранение, оплата рабочих) за эти дрова составляют m руб. По какой цене должен продавать склад 1 куб. м дров?

1) Решить задачу в общем виде, т. е. дать формулу решения.

2) В найденную формулу подставить вместо a, b, c, d, e, f и m числа и определить числовой результат.

41. Смешали 5 л воды при температуре 76° с 7 л воды при температуре 40° . Определить температуру смеси.

Решение.

1) Сколько тепла (в больших калориях) содержат 5 л воды при температуре 76° ?

$$5 \cdot 76 = 380 \text{ (б. кал.)}$$

2) Сколько тепла содержит 7 л воды при температуре 40° ?

$$7 \cdot 40 = 280 \text{ (б. кал.)}$$

3) Сколько воды в смеси?

$$5 \text{ л} + 7 \text{ л} = 12 \text{ л.}$$

4) Сколько тепла содержит вся смесь?

$$380 + 280 = 660 \text{ (б. кал.)}$$

5) Сколько тепла содержит 1 л смеси?

$$660 : 12 = 55 \text{ (б. кал.)}$$

6) Какова температура смеси?

$$55 : 1 = 55 \text{ (градусов)}$$

Решение задач на смешение жидкостей и на сплавы можно давать в виде таблицы; например, решение предыдущей задачи будет таково:

Табличное решение задачи

Количество воды	Температура	Количество теплоты	Количество теплоты смеси	Количество тепла, приходящегося на 1 л смеси	Температура смеси
5 л	76°	380 кал	660 кал	55 кал	55°
7 л	40°	280 кал			

Ответ. 55° .

42. Смешали 500 г воды, нагретой до 10° , с 400 г воды, нагретой до 100° . Определить температуру смеси.

43. Смешали 5 л кипящей воды (100°) с 2 л воды при температуре 16° . Определить температуру смеси.

44. В кипящую воду влили воды при температуре в 16° , которой было в 2 раза меньше, чем в кастрюле было кипятку. Какую температуру стала иметь смесь воды?

45. Для технических целей смешали 10 л 60-градусного спирта с 4 л 95-градусного спирта. Определить крепость смеси.

Примечание. Крепость спирта или кислоты выражается обычно в градусах (т. е. в сотых долях) или процентах.

Если говорят, что вино содержит 40 градусов спирта, то это значит, что в 100 весовых частях этого вина содержится 40 весовых частей чистого спирта. Если же говорят, что крепость какой-либо кислоты 70%, то это значит, что 70 сотых всего количества смеси есть кислота, а остальное вода.

Решение.

1) Сколько чистого спирта содержат 10 л 60-градусного спирта?

$$10 \text{ л} \cdot 0,6 = 6 \text{ л}.$$

2) Сколько чистого спирта содержат 4 л 95-градусного спирта?

$$4 \text{ л} \cdot 0,95 = 3,8 \text{ л}.$$

3) Сколько получено смеси?

$$10 \text{ л} + 4 \text{ л} = 14 \text{ л}.$$

4) Сколько чистого спирта во всей смеси?

$$6 \text{ л} + 3,8 \text{ л} = 9,8 \text{ л}.$$

5) Какова крепость смеси?

$$9,8 : 14 = 0,7 = 70 \text{ (градусов)}.$$

46. Смешали 8 л 60-градусного спирта с 4 л 90-градусного. Какой крепости получилась смесь?

47. Какова крепость (или концентрация) раствора соли, если к 680 г воды было добавлено и в ней растворено 120 г соли?

48. Какой крепости спирт получится от смешения 100 л 60-градусного спирта, 60 л 52-градусного спирта и 180 л 40-градусного спирта?

49. Сколько надо прилить воды к 10 л 80-градусного спирта, чтобы понизить его крепость до 50° ?

3. Задачи на сплавы первого рода

Золото и серебро, употребляемые в быту, никогда не бывают без примеси других металлов. Эта примесь из других металлов (чаще всего медь) называется лигатурой.

Проба золота или серебра показывает отношение веса чистого золота или серебра к весу всего сплава. Это отношение обычно выражается в тысячных долях. Например, проба золота 850 показывает, что на 1000 весовых частей сплава приходится 850 таких же частей чистого золота, т. е. 0,850 веса всего сплава.

50. Сплавляли два слитка серебра: 700 г 800-й пробы, 500 г 560-й пробы и 900 г меди. Какой пробы получился сплав?

Краткая запись условия задачи

700 г 800-й пробы	Какой пробы получился сплав?
500 г 560-й пробы	
900 г меди	

Решение.

1) Сколько чистого серебра содержится в 700 г 800-й пробы?

$$700 \text{ г} \cdot \frac{800}{1000} = 560 \text{ г.}$$

2) Сколько чистого серебра содержится в 500 г 560-й пробы?

$$500 \text{ г} \cdot \frac{560}{1000} = 280 \text{ г.}$$

3) Сколько чистого серебра содержится в двух слитках?

$$560 \text{ г} + 280 \text{ г} = 840 \text{ г.}$$

4) Чему равен вес сплава?

$$700 \text{ г} + 500 \text{ г} + 900 \text{ г} = 2100 \text{ г.}$$

5) Чему равна проба сплава?

$$\frac{840 \cdot 1000}{2100} = 400.$$

Ответ. Проба сплава 400.

Табличное решение задачи

Вес слитка в г	Проба	Вес чистого серебра в г	Вес чистого серебра в сплаве в г	Проба сплава
700	800	560	840	400
500	560	280		
900	0	0		

51. Сплавляли серебряный слиток весом 5 кг 860-й пробы и 375 г меди. Какой пробы получился сплав?

52. Сплавлено 2 кг серебра 655-й пробы и 3 кг 710-й пробы. Какой пробы получился сплав?

53. Сплавляли два слитка серебра: 2 кг 700-й пробы, 3 кг 600-й пробы и 3 кг меди. Какой пробы получился сплав?

54. Было 3 слитка серебра: 4 кг серебра 600-й пробы, 12 кг 750-й пробы и 12 кг серебра 900-й пробы. Взяли половину 1-го слитка, половину 3-го слитка и третью часть 2-го слитка и сплавляли. Определить пробу сплава.

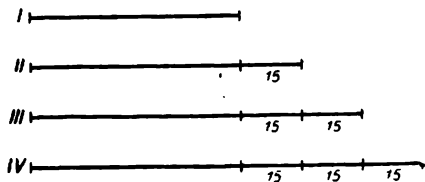
55. Сплавляли m г серебра k -й пробы с n г меди. Какой пробы получился сплав? Составить формулу решения и найти несколько частных решений.

ЗАДАЧИ НА НАХОЖДЕНИЕ ЧИСЕЛ ПО ИХ СУММЕ И РАЗНОСТИ

При решении задач на нахождение чисел по их сумме и разности, по сумме (или разности) и кратному отношению, способом замены и задач на движение рекомендуется прибегать к графической иллюстрации условий задачи. Это поможет учащимся осознать задачу и более легко наметить план её решения.

56. В четырёхэтажном студенческом общежитии живёт 950 человек, причём в каждом этаже, начиная со второго, живёт на 15 человек больше, чем в предыдущем. Сколько человек живёт в каждом этаже?

Графическая иллюстрация задачи



Черт. 4.

Из чертежа видно, что на III этаже на 30 человек больше, чем на I, а на IV на 45 человек больше, чем на I. Отсюда легко наметить план решения задачи.

Решение.

1) На сколько человек больше живёт на III этаже, чем на I?

$$15 + 15 = 30 \text{ (человек).}$$

2) На сколько человек больше живёт на IV этаже, чем на I?

$$30 + 15 = 45 \text{ (человек).}$$

3) Сколько человек жило бы в общежитии, если в каждом этаже было бы столько, сколько в первом?

$$950 - 15 - 30 - 45 = 860 \text{ (человек).}$$

4) Сколько человек живёт на I этаже?

$$860 : 4 = 215 \text{ (человек).}$$

5) Сколько человек живёт на II этаже?

$$215 + 15 = 230 \text{ (человек).}$$

6) Сколько человек живёт на III этаже?

$$230 + 15 = 245 \text{ (человек).}$$

7) Сколько человек живёт на IV этаже?

$$245 + 15 = 260 \text{ (человек).}$$

Проверка. $215 + 230 + 245 + 260 = 950$ (человек).

Ответ. 215; 230; 245; 260.

57. В двух бочках 624 л вина; если из первой бочки отлить 24 л вина, то в обеих бочках вина будет поровну. Сколько литров вина в каждой бочке?

58. В двух бочках 624 л вина; если из первой перелить во вторую 24 л, то в обеих бочках вина будет поровну. Сколько литров вина в каждой бочке?

59. 1) Какой теперь час, если прошедшая часть суток на 8 час. 30 мин. больше оставшейся части?

2) Какой теперь час, если оставшаяся часть суток меньше прошедшей на 10 час. 20 мин.?

60. Совет Министров СССР утвердил на 1949—1955 гг. следующий план строительства прудов и водоёмов: в колхозах и совхозах всего построить 44 228 прудов и водоёмов, причём в совхозах на 38 372 меньше, чем в колхозах. Сколько прудов и водоёмов будет построено в колхозах и сколько в совхозах?

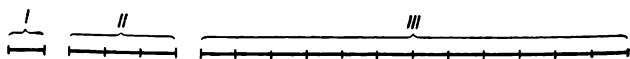
61. Четыре колхоза закупили минеральное удобрение: первый 35 144 кг, второй на 2594 кг больше, чем первый, а третий на 17 263 кг меньше, чем второй. Сколько удобрения купил четвёртый колхоз, если все четыре колхоза вместе купили 125 200 кг?

62. В трёх сёлах живёт . . . жителей. В первом селе живёт на . . . человек больше, чем во втором, и на . . . человек меньше, чем в третьем. Сколько человек живёт в каждом селе? (Подобрать числовые данные и решить задачу.)

ЗАДАЧИ НА НАХОЖДЕНИЕ ЧИСЕЛ ПО ИХ СУММЕ И КРАТНОМУ ОТНОШЕНИЮ

63. На трёх полках разложено 176 книг так, что на второй полке лежит книг втрое больше, чем на первой, а на третьей — вчетверо больше, чем на второй. Сколько книг лежит на каждой полке?

Графическая иллюстрация задачи



Черт. 5.

Из чертежа видно, что 176 книг соответствует 16 условным единицам, где единица — число книг на первой полке. Отсюда легко наметить план решения задачи.

Решение. Из условия задачи следует, что наименьшее число книг лежит на первой полке. Примем число книг на первой полке за единицу. Тогда на второй полке лежит число книг, равное 3 принятым единицам, а на третьей — 12 единицам (3 · 4).

1) Скольким принятым единицам соответствует 176 книг?

$$1 + 3 + 12 = 16.$$

2) Сколько книг соответствует принятой единице или сколько книг лежит на первой полке?

$$176 \text{ кн.} : 16 = 11 \text{ кн.}$$

3) Сколько книг лежит на второй полке?

$$11 \text{ кн.} \cdot 3 = 33 \text{ кн.}$$

4) Сколько книг лежит на третьей полке?

$$11 \text{ кн.} \cdot 12 = 132 \text{ кн.}$$

Проверка. 11 кн. + 33 кн. + 132 кн. = 176 кн.

Ответ. 11 кн.; 33 кн.; 132 кн.

64. В трёх пачках вместе 300 тетрадок. Сколько тетрадей в каждой пачке, если во второй пачке тетрадей вдвое больше, чем в первой, а в третьей столько, сколько в первой и во второй вместе? (Решить двумя способами.)

65. Который теперь час, если протекшая часть суток в 5 раз больше оставшейся?

66. В трёх гаражах 120 автомашин. В 1-м гараже вдвое больше, чем во 2-м, а в третьем столько, сколько во 2-м. Сколько машин в каждом гараже?

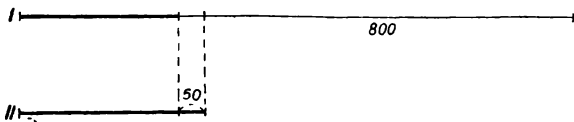
67. Для обработки участка земли площадью в 600 га его разделили между тремя бригадами так, что вторая бригада получила втрое больше земли, чем первая, а третья получила участок, равный разности участков второй и первой бригады. Сколько га земли обрабатывает каждая бригада?

68. Колхоз произвёл посадку леса на четырёх лесозащитных полосах, общей длиной в 1800 м при ширине в 8 м. Длина второй полосы была в 2 раза больше длины первой, но в 2 раза меньше длины третьей, а длина четвёртой полосы равнялась длине первых двух полос вместе. Определить площадь третьей полосы.

69. В трёх сёлах... жителей. Во втором селе живёт вдовое больше, чем в первом, а в третьем селе на... человек больше, чем во втором селе. Сколько жителей в каждом селе? (Подобрать числовые данные и решить задачу.)

70. На одном складе муки в 3 раза больше, чем на другом. Если из первого взять 850 т, а из второго 50 т, то на обоих складах муки останется поровну. Сколько муки на каждом складе?

Графическая иллюстрация задачи



Черт. 6.

Из чертежа следует, что муки из 1-го склада было взято на 800 кг больше, чем из 2-го, что составляет 2 условные единицы, где условно — единица — количество муки на 1-м складе. Отсюда легко составить план решения задачи.

Решение. Примем количество муки на 2-м складе за единицу; тогда количество муки в 1-м складе будет 3 единицы.

1) На сколько больше взяли муки из 1-го склада, чем из 2-го?

$$850 \text{ т} - 50 \text{ т} = 800 \text{ т}.$$

2) Сколько принятых единиц составляет 800 т?

$$3 - 1 = 2.$$

3) Сколько муки было на 2-м складе?

$$800 \text{ т} : 2 = 400 \text{ т}.$$

4) Сколько муки было на 1-м складе?

$$400 \text{ т} \cdot 3 = 1200 \text{ т}.$$

Проверка. 1) $400 \text{ т} - 50 \text{ т} = 350 \text{ т}.$

2) $1200 \text{ т} - 850 \text{ т} = 350 \text{ т}.$

Ответ. 400 т; 1200 т.

71. За сутки через станцию прошло товарных поездов в 4 раза больше, чем пассажирских. Товарных поездов прошло на 48 больше, чем пассажирских. Сколько товарных поездов прошло через станцию?

72. Отцу 51 год, а сыну 15 лет. В каком возрасте отец будет втрое старше сына? Сколько лет было отцу, когда он был вчетверо старше сына?

Указание. Разность между возрастом отца и возрастом сына остаётся неизменной (36 лет).

73. Рационализовав изготовление деталей, рабочий сделал их за смену на 60 штук больше, чем до рационализации, или в 3 раза больше, чем раньше. Сколько деталей делал рабочий до введения рационализации и сколько после?

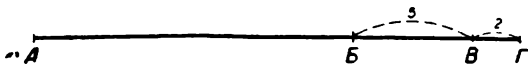
74. На четыре баржи погрузили 820 т груза. На первую баржу погрузили в 3 раза меньше, чем на вторую, на третью — на 40 т больше, чем на первую и на вторую вместе, но на 20 т меньше, чем на четвёртую. Сколько груза (в тоннах) погрузили на каждую баржу?

75. В стаде были коровы и овцы, всего 560 голов. Через месяц число коров увеличилось на 16, и тогда коров стало в 15 раз меньше, чем овец. Сколько коров и овец было вначале в стаде?

ЗАДАЧИ НА ВЫЧИСЛЕНИЕ НЕИЗВЕСТНОГО ПО РАЗНОСТИ ДВУХ ВЕЛИЧИН

76. Несколько учеников пошли в кино. Если собрать с каждого ученика по 2 руб. за билет, то для покупки билетов нехватит 5 руб., а если собрать по 2 руб. 70 коп., то останется 2 руб. Сколько было учеников?

Графическая иллюстрация



Черт. 7.

AB — стоимость всех билетов

AB — стоимость всех билетов, если каждый билет стоит 2 руб.

AG — стоимость всех билетов, если каждый билет стоит 2 руб. 70 коп.

Решение.

1) На сколько больше стоимость билетов, взятых по 2 руб. 70 коп., чем стоимость билетов, взятых по 2 руб.?

$$5 \text{ руб.} + 2 \text{ руб.} = 7 \text{ руб.}$$

2) На сколько дороже стоит один билет по 2 руб. 70 коп., чем один билет по 2 руб.?

$$2 \text{ руб. } 70 \text{ коп.} - 2 \text{ руб.} = 70 \text{ коп.}$$

3) Сколько было учеников?

$$7 \text{ руб.} : 70 \text{ коп.} = 10 \text{ (учеников).}$$

Проверка.

1) $2 \text{ руб.} \cdot 10 = 20 \text{ руб.}$; 2) $20 \text{ руб.} + 5 \text{ руб.} = 25 \text{ руб.}$;

3) $(2 \text{ руб. } 70 \text{ коп.}) \cdot 10 = 27 \text{ руб.}$; 4) $27 \text{ руб.} - 25 \text{ руб.} = 2 \text{ руб.}$

Ответ. 10 учеников.

77. Мальчик имел некоторую сумму денег для покупки тетрадей. Если бы каждая тетрадь стоила 7 коп., то у него осталось бы 10 коп., а если бы тетрадь стоила 10 коп., то у него нехватало бы 5 коп. Сколько было денег у мальчика?

78. На все имеющиеся у меня деньги я купил несколько метров материи. Если бы я взял материи по 8 руб. за метр, то у меня осталось бы 12 руб. 50 коп., а если бы взял по 12 руб., то у меня нехватало бы 7 руб. 50 коп. Сколько было у меня денег?

79. В школьном зале стоят скамейки. Если на каждую скамейку сядут 7 человек, то на одной скамейке окажется 5 человек, а если на каждую скамейку сядут 6 человек, то 37 человекам нехватит места. Сколько скамеек стоит в зале?

Решение с пояснением.

1) $7 - 5 = 2$; при размещении по 7 человек на одной скамейке оказалось бы 2 свободных места.

2) $7 - 6 = 1$; при размещении по 6 человек на каждой скамейке окажется одно свободное место.

3) $37 + 2 = 39$; 39 скамеек, так как оставшиеся без места 37 человек могли сойти с 37 скамеек и, кроме того, при размещении по 7 человек оставалось два свободных места, которые при размещении по 6 человек будут заняты.

Проверка. 1) $7 \cdot 39 - 2 = 273 - 2 = 271$.

2) $6 \cdot 39 + 37 = 234 + 37 = 271$.

80. За 2 м материи отдан билет Госбанка и получено сдачи 7 руб.; если бы купили 4 м такой же материи и дали в уплату тот же билет, то пришлось бы приплатить 11 руб. Сколько стоил метр материи и какого достоинства билет был дан в уплату?

81. Чернильный карандаш дороже простого на 8 коп., а два простых дороже чернильного на 4 коп. Сколько стоят простой и чернильный карандаши вместе?

82. Для освещения комнат учреждения приобретены электрические лампочки. Если в каждую комнату провести по 7 лампочек, то останется 5 лампочек в запасе; если же в каждую комнату провести по 8 лампочек, то нехватит 5 лампочек.

Сколько лампочек приобрело учреждение?

83. Автобус в Москве за 2 часа прошёл расстояние на 10 км меньше того, что пройдёт поезд метрополитена за 1 час; а за 5 часов автобус пройдёт (при той же скорости) на 65 км больше, чем пройдёт поезд метрополитена за 1 час. Какова в час скорость поезда метрополитена и скорость автобуса?

84. Составить задачу, похожую на предыдущую, и решить её.

ЗАДАЧИ НА ИСКЛЮЧЕНИЕ НЕИЗВЕСТНОГО ПРИ ПОМОЩИ ВЫЧИТАНИЯ

85. 2 чайные ложки и 5 столовых ложек весят вместе 315 г, а 6 таких же чайных и 5 столовых ложек весят 435 г. Каков вес каждой чайной и каждой столовой ложки?

Краткая запись

2 чайные ложки и 5 столовых весят 315 г		Каков вес
6 чайных ложек и 5 столовых весят 435 г		каждой ложки?

Решение. Разница в общем весе ложек создаётся за счёт разного числа чайных ложек.

1) $6 - 2 = 4$ (чайн. ложки); на 4 чайные ложки больше во второй комбинации ложек.

2) $435 - 315 = 120$ (г); 120 г весят 4 чайные ложки.

3) $120 : 4 = 30$ (г); 30 г весит одна чайная ложка.

4) $30 \cdot 2 = 60$ (г); 60 г весят 2 чайные ложки.

5) $315 - 60 = 255$ (г); 255 г весят 5 столовых ложек.

6) $255 : 5 = 51$ (г); 51 г весит одна столовая ложка.

Проверка. $6 \cdot 30 + 5 \cdot 51 = 180 + 255 = 435$ (г).

Ответ. Вес столовой ложки 51 г.

Вес чайной ложки 30 г.

86. За 5 дюжин столовых ножей и 4 дюжины вилок заплатили 168 руб. В другой раз по тем же ценам купили 7 дюжин столовых ножей и 4 дюжины вилок и заплатили 216 руб. Сколько стоит дюжина вилок и сколько стоит дюжина ножей?

87. 5 грузовиков и 3 подводы за один рейс перевезли 11 т 800 кг груза, а 7 таких же грузовиков и 3 подводы за один рейс перевезли 15 т 800 кг. Сколько груза клали на грузовик и сколько на подводу?

88. Восемь больших и пять малых бидонов вмещают 445 л молока, а 11 больших и 5 малых бидонов вмещают 565 л молока. Сколько молока вмещают 4 больших и 3 малых бидона?

89. Составить задачу, похожую на предыдущую, и решить её.

ЗАДАЧИ НА УРАВНИВАНИЕ ДАННЫХ

90. На изготовление 8 столов и 10 стульев дано 114 часов, а на изготовление таких же 3 столов и 15 стульев — 99 часов. Определить, какова норма времени, отводимая на изготовление одного стола и одного стула отдельно.

Краткая запись

- 1) 8 столов и 10 стульев — 114 час. Какова норма времени
2) 3 » и 15 » — 99 » на изготовление стола?
стула?

Решение с объяснением. Уравняем число стульев в первом и во втором случаях. Для этого предположим, что в первом случае было выполнено втрое больше работы, а во втором вдвое (т. е. увеличим первое в 3 раза, а второе в 2 раза):

1) 24 стола и 30 стульев — 342 часа.

2) 6 столов и 30 стульев — 198 час.

Из 1) и 2) видим, что на изготовление 18 стульев (24—6) отводится 144 часа (342—198). Отсюда, норма времени на изготовление одного стола 144 часа : 18 = 8 час.

Зная норму времени на изготовление одного стола, найдём время, затраченное для изготовления 3 столов. 8 час. · 3 = 24 часа. Найдём время, затраченное на изготовление 15 стульев:

$$99 \text{ час.} - 24 \text{ часа} = 75 \text{ час.}$$

Найдём норму времени на изготовление одного стула:

$$75 \text{ час.} : 15 = 5 \text{ час.}$$

Ответ. 8 час.; 5 час.

Проверка. 1) 8 час. · 8 + 5 час. · 10 = 114 час.

$$2) 8 \text{ час.} \cdot 3 + 5 \text{ час.} \cdot 15 = 99 \text{ час.}$$

Ответ. 8 час.; 5 час.

91. На 8 подвод и 1 автомашину погрузили 5 т 800 кг хлеба, а на 3 подводы и 3 автомашины — 10 т 800 кг. Сколько можно погрузить хлеба на 5 подвод и 2 автомашины, если грузоподъёмность подвод и машин в первом случае та же, что и во втором?

92. 5 автобусов и 2 троллейбуса могут за один рейс перевезти 225 человек, а 2 автобуса и 3 троллейбуса — 200 человек. Сколько пассажиров вмещает троллейбус?

93. 25 коровам и 30 лошадям на 1 день требуется 610 кг сена, а при той же норме кормления 28 коровам и 12 лошадям требуется 424 кг сена. Какова норма выдачи сена в день одной лошади и одной корове отдельно?

94. В 3 больших и 2 меньших железнодорожных цистернах содержится 182 т нефти, а в 5 больших и 6 меньших цистернах содержится 346 т нефти. Сколько нефти перевезёт поезд, состоящий из 20 больших и 30 малых цистерн?

95. 4 м сукна и 5 м ситца стоят ... рублей, 6 м такого же сукна и 7 м ситца стоят ... рублей. Сколько стоит 1 м сукна на 1 м ситца? (Подобрать недостающие данные и решить задачу.)

ЗАДАЧИ НА ЗАМЕНУ ДАННЫХ

96. В течение 8 часов два паровых двигателя, один мощностью в 360 сил, другой в 420 сил, израсходовали 4344 кг угля. Расход угля на одну силу у первого двигателя в час был на 100 г больше, чем у второго. Определить расход угля на одну силу в час у каждого двигателя.

Решение с объяснением. Если бы расход угля на одну силу у двигателя в 360 сил был бы такой же, что и у двигателя в 420 сил, то первый двигатель сэкономил бы за один час 36 кг ($100 \text{ г} \cdot 360$).

1) $36 \text{ кг} \cdot 8 = 288 \text{ кг}$; на 288 кг угля расход был бы меньше, если бы расход угля первого двигателя на силу был бы равен расходу второго двигателя.

2) $4344 \text{ кг} - 288 \text{ кг} = 4056 \text{ кг}$; 4056 кг угля израсходуют два двигателя за 8 часов, если расход угля на одну силу будет один и тот же.

3) $4056 \text{ кг} : 8 = 507 \text{ кг}$; 507 кг израсходуют оба двигателя за один час.

4) $507 \text{ кг} : (360 + 420) = 507 \text{ 000 г} : 780 = 650 \text{ г}$; 650 г угля — расход на одну силу двигателя в 420 сил.

5) $650 \text{ г} + 100 \text{ г} = 750 \text{ г}$; 750 г угля — расход угля на одну силу двигателя в 360 сил.

Проверка. $(650 \text{ г} \cdot 420 + 750 \text{ г} \cdot 360) \cdot 8 = (543 \text{ 000 г} + 327 \text{ 000 г}) \cdot 8 = 4344 \text{ кг}$.

Ответ. 650 г и 750 г.

97. Два мешка картофеля и 3 мешка муки весят вместе 340 кг. Вес мешка муки на 30 кг больше веса мешка картофеля. Сколько весит мешок муки и сколько мешок картофеля?

98. Один экскаватор вынимает на 60 куб. м в час больше, чем другой экскаватор.

Оба экскаватора вынули вместе 10 320 куб. м земли, причём первый работал 20 час., а второй 18 час. Сколько кубических метров вынимает каждый экскаватор?

99. Двое рабочих разной квалификации получили вместе 892 руб. Первый из них работал 18 дней, а второй 16 дней. Сколько получил каждый из них за день работы, если дневной заработок первого на 8 руб. больше заработка второго?

100. Ветер за 2 минуты в открытой степи и за 35 секунд в лесной полосе прошёл путь в 980 м, причём в лесной полосе скорость ветра упала на 3 м в секунду. Определить скорость ветра в открытой степи и в лесной полосе?

101. Составить задачу, похожую на предыдущую, и решить её.

102. 10 вагонов трамвая и 5 автобусов перевезли за один рейс 825 человек. Сколько пассажиров в среднем перевезли 1 вагон трамвая и 1 автобус отдельно, если в один вагон трамвая сядло пассажиров на 45 человек больше, чем в один автобус?

103. Ученик заплатил за 4 карандаша и 5 резинок 63 коп. Сколько стоил карандаш и резинка в отдельности, если карандаш в 4 раза дороже резинки?

Решение с объяснением. Заменяем покупку 4 карандашей равноценной по стоимости покупкой резинок. Так как карандаш в 4 раза дороже резинки, то вместо 4 карандашей можно купить $4 \cdot 4 = 16$ резинок.

1) $16 + 5 = 21$ (резинка); 21 резинку можно купить за 63 коп.

2) $63 : 21 = 3$ (коп.); 3 копейки стоит 1 резинка.

3) $3 \cdot 4 = 12$ (коп.); 12 копеек стоит карандаш.

Проверка. $12 \cdot 4 + 3 \cdot 5 = 63$ (коп.)

Ответ. 12 коп.; 3 коп..

104. 45 топоров и 30 колунов весят 210 кг. Сколько весит 1 топор и сколько весит 1 колун, если топор вдвое легче колуна?

105. Турист проехал всего 180 км, причём 5 часов он ехал по железной дороге и 3 часа на лошадях. Сколько километров пути он проехал по железной дороге и на лошадях в отдельности, если по железной дороге он проезжал в час в 3 раза более, чем на лошадях?

106. За 20 яблок уплачено столько, сколько за 12 груш. Что стоит одна груша, если яблоко на 20 копеек дешевле груши?

ЗАДАЧИ НА ПРЕДПОЛОЖЕНИЕ

107. Поезд составлен из двухосных и четырёхосных вагонов. Число всех вагонов 45, а осей 140. Определить число двух- и четырёхосных вагонов в отдельности.

Краткая запись условия

Двухосные и четырёхосные	45 ваг.	140 осей	Сколько вагонов двухосных и сколько четырёхосных?
--------------------------------	---------	----------	---

Решение. Предположим, что все вагоны были двухосные.

1) Сколько осей имеет поезд, составленный из 45 двухосных вагонов?

$$2 \cdot 45 = 90 \text{ (осей).}$$

2) На сколько больше осей имеет поезд, составленный из 45 двух- и четырёхосных вагонов, чем поезд, составленный из одних двухосных?

$$140 - 90 = 50 \text{ (осей).}$$

3) На сколько больше осей имеет четырёхосный вагон, чем двухосный?

$$4 - 2 = 2 \text{ (оси).}$$

4) Сколько было четырёхосных вагонов?

$$50 : 2 = 25 \text{ (вагонов).}$$

5) Сколько было двухосных вагонов?

$$45 - 25 = 20 \text{ (вагонов).}$$

Проверка. $4 \cdot 25 + 2 \cdot 20 = 140$ (осей).

Ответ. 25 четырёхосных вагонов и 20 двухосных вагонов.

108. (Старинная задача.) В хозяйстве имеются куры и кролики. Зная, что у них всех вместе 70 голов и 180 ног, определить число кур и кроликов в отдельности.

109. Для туристского похода, совершаемого 46 школьниками, было приготовлено 10 шестиместных и четырёхместных лодок. Сколько было тех и других лодок, если все туристы разместились в 10 лодках и свободных мест не оказалось?

110. В гараже стоят легковые машины и мотоциклы (без прицепов). Всего машин 25, а число колёс 80. Сколько легковых машин и сколько мотоциклов в отдельности?

111. В бассейн вместимостью 3000 вёдер проведены две трубы. За 1 час через первую трубу в бассейн вливается 480 вёдер воды, а через вторую 360 вёдер. На сколько часов следует открыть каждую трубу, чтобы они, действуя одна после другой, могли наполнить бассейн за 7 часов?

112. Заготовлено 215 тысяч шпал, частью дубовых, частью сосновых. Цена дубовых шпал 1 руб. 15 коп. штука, сосновых

70 коп. штука. Пропитка от гниения шпал обошлась по 21 коп. за штуку, Нагрузка, выгрузка, зарубка и развозка шпал — по 3 коп. за штуку. Всего затрачено 232 070 руб. Определить число дубовых шпал.

ЗАДАЧИ НА ДВИЖЕНИЕ

Решение задач на движение рекомендуем проводить с графической иллюстрацией; графическая иллюстрация условия задачи способствует более быстрому и полному пониманию задачи.

1. Движение в противоположных направлениях

113. Расстояние между городами *A* и *B* равно 520 км. В 8 час. утра из города *A* в город *B* вышел пассажирский поезд, идущий со средней скоростью 56 км в час, а в 11 час. утра, в тот же день, из города *B* в город *A* вышел товарный поезд, идущий со средней скоростью 32 км в час. На каком расстоянии от города *A* и в каком часу поезда встретятся?

Решение с графической иллюстрацией

Изобразим условие задачи чертежом:



Черт. 8.

AB — путь, пройденный пассажирским поездом за 3 часа (11 час. — 8 час.).

BB — путь, пройденный совместно пассажирским и товарным поездами за время с 11 час. до их встречи.

AG — искомое расстояние; путь, пройденный пассажирским поездом до встречи его с товарным.

Объяснение решения. Искомое расстояние (путь, пройденный пассажирским поездом до момента встречи с товарным поездом) будет найдено, если будет известно: а) сколько километров прошёл пассажирский поезд до момента выхода товарного поезда, и б) сколько километров прошёл пассажирский поезд после момента выхода товарного поезда до встречи с ним.

1) 11 час. — 8 час. = 3 часа; на 3 часа раньше товарного вышел пассажирский поезд.

2) $56 \text{ км} \cdot 3 = 168 \text{ км}$; 168 км прошёл пассажирский поезд за 3 часа (отрезок *AB*).

3) $520 \text{ км} - 168 \text{ км} = 352 \text{ км}$; 352 км — путь, пройденный совместно пассажирским и товарным поездами за время с 11 час. до момента их встречи (отрезок *BB*).

4) $56 \text{ км} + 32 \text{ км} = 88 \text{ км}$; 88 км — расстояние, на которое сближаются поезда за 1 час.

5) $352 \text{ км} : 88 = 4$ (часа); через 4 часа после выхода товарного поезда произойдёт встреча поездов.

6) $56 \text{ км} \cdot 4 = 224 \text{ км}$; 224 км — путь, пройденный пассажирским поездом за 4 часа (отрезок $ВГ$).

7) $168 \text{ км} + 224 \text{ км} = 392 \text{ км}$; 392 км — путь, пройденный пассажирским поездом до встречи с товарным (отрезок $АГ$).

8) $11 \text{ час.} + 4 \text{ час.} = 15 \text{ час.}$ В 15 час. произошла встреча поездов.

Проверка. $56 \text{ км} (3 + 4) + 32 \text{ км} \cdot 4 = 392 \text{ км} + 128 \text{ км} = 520 \text{ км}$.

Ответ. 392 км ; в 15 час.

114. Два пассажира метро, начавшие одновременно один спускаться, а другой подниматься на движущейся лестнице метро, встретились через 30 сек. Определить длину лестницы, если скорость её движения 1 м в секунду.

115. Из двух пунктов A и B в 9 часов выехали одновременно навстречу друг другу два автомобиля. Скорость автомобиля, вышедшего из A , равна 60 км в час, скорость другого автомобиля 50 км в час. Через 1 час езды машины находились друг от друга на расстоянии 190 км . В котором часу первый автомобиль прибудет в B , а второй в A ?

116. На реке, скорость течения которой равна 3 км в час, расположены две пристани на расстоянии 60 км друг от друга. В полдень от каждой пристани отчаливают пароходы, идущие навстречу друг другу. Скорость каждого парохода в стоячей воде равна 15 км в час. Определить время встречи пароходов, расстояние от места встречи до каждой пристани и время прибытия пароходов к месту назначения.

117. Из двух колхозов выехали одновременно два колхозника навстречу друг другу. Один ехал со скоростью 6 км в час, другой 8 км в час. Встреча произошла на расстоянии 4 км от середины пути. Найти расстояние между колхозами.

118. В 8 час. 20 мин. из городов A и B , расстояние между которыми 450 км , вышли навстречу друг другу два поезда. Встреча произошла в 13 час. 20 мин. Какова скорость каждого поезда и на каком расстоянии от A произошла встреча, если поезд, шедший из B , проходил на 10 км в час меньше поезда, шедшего из A ?

2. Движение в одном и том же направлении

119. В 8 час. утра из города A в город B выехал автомобиль, а в 9 час. из A выехал в том же направлении второй автомобиль. Скорость первого автомобиля 40 км в час, а скорость второго 50 км в час. Во сколько часов и на каком расстоянии от A второй автомобиль догонит первый?

Решение с графической иллюстрацией

Изобразим условие задачи чертежом:



Черт 9.

Когда второй автомобиль выехал из A , то первый находился в точке B . Расстояние AB равно 40 км, так как $40 \text{ км} \cdot 1 = 40 \text{ км}$. За один час второй автомобиль приближается к первому на $50 \text{ км} - 40 \text{ км} = 10 \text{ км}$. Следовательно, через час после выезда второго автомобиля расстояние между автомобилями уменьшится на 10 км , т. е. будет не 40 км , а 30 км ; ещё через час расстояние между ними уменьшится ещё на 10 км и будет равно 20 км и т. д.

Решение.

1) $40 \text{ км} \cdot 1 = 40 \text{ км}$; 40 км — путь, пройденный первым автомобилем за 1 час.

2) $50 \text{ км} - 40 \text{ км} = 10 \text{ км}$; на 10 км приближается второй автомобиль к первому в каждый час.

3) $40 \text{ км} : 10 \text{ км} = 4$ (часа); через 4 часа второй автомобиль догонит первый.

4) $9 \text{ час.} + 4 \text{ час.} = 13 \text{ час.}$; в 13 час. произойдёт встреча.

5) $50 \text{ км} \cdot 4 = 200 \text{ км}$; на расстоянии 200 км от A второй автомобиль нагонит первый.

Проверка. $50 \text{ км} \cdot 4 = 40 \text{ км} \cdot (4 + 1)$; $200 \text{ км} = 200 \text{ км}$.

Ответ. В 13 час.; на расстоянии 200 км .

120. В 7 час. утра из Москвы вышел курьерский поезд, идущий со скоростью 60 км в час. В 12 часов того же дня по тому же направлению вылетел самолёт и летел со скоростью 260 км в час. Через сколько времени после вылета самолёт догонит поезд и на каком расстоянии от Москвы?

121. Из Ленинграда в Москву по одному и тому же шоссе выехали одновременно две машины: легковая и грузовая. Легковая машина шла со скоростью 82 км в час, а грузовая — со скоростью 48 км в час. Когда легковая машина прибыла в Москву, то грузовая находилась ещё на расстоянии 272 км от Москвы. Найти длину шоссе между Москвой и Ленинградом.

122. По двум параллельным путям движутся в одном направлении два поезда: скорый — со скоростью 58 км в час и товарный — со скоростью 40 км в час. Сколько времени скорый поезд

будет обгонять товарный, если длина скорого поезда 120 м, а длина товарного 480 м?

Примечание. Время исчислять с момента, когда передняя часть паровоза скорого поезда поровняется с задней частью последнего вагона товарного, до того момента, когда задняя часть последнего вагона скорого поезда поровняется с передней частью паровоза товарного поезда.

123. (Старинная задача.) Собака гонится за кроликом, находящимся в 150 футах от неё. Она делает прыжок в 9 футов каждый раз, когда кролик прыгает на 7 футов. Сколько прыжков должна сделать собака, чтобы догнать кролика?

124. Расстояние между Москвой и Тулой 180 км. В 4 часа из Москвы в Тулу выехал велосипедист со средней скоростью 12 км в час, делавший через каждые 4 часа привал на 2 часа. В 10 час. 30 мин. вслед за ним выехал автомобиль со скоростью 60 км в час. Пробыв в Туле 3 часа, автомобиль выехал обратно в Москву. В котором часу он встретит велосипедиста?

ЗАДАЧИ НА ВРЕМЯ

1. Перевод календарного времени в арифметическое и обратно

125. Сколько лет, месяцев, дней и часов прошло от начала нашей эры до 19 часов 5 сентября 1953 г.?

Решение.

1) От начала эры до начала 1953 г. прошло полных лет — 1952.

2) От начала 1953 г. до 1 сентября 1953 г. прошло 8 месяцев.

3) От 1 сентября до 5 сентября прошло 4 дня.

4) От 0 час. 5 сентября до 19 час. 5 сентября прошло 19 часов.

Всего от начала эры прошло 1952 года 8 месяцев 4 дня 19 час.

Ответ. 1947 лет 8 мес. 4 дня 19 час.

126. Поезд вышел из Москвы в Новороссийск в среду в 2 часа дня и прибыл в Новороссийск в пятницу в 10 час. 30 мин. Сколько времени поезд находился в пути?

127. Учебный год в школах разбивается на четыре четверти: 1-я четверть продолжается с 1 сентября по 5 ноября, 2-я четверть — с 9 ноября по 30 декабря, 3-я — с 11 января по 25 марта и 4-я — с 1 апреля по 18 мая. Определить длительность в рабочих днях каждой четверти.

128. Сколько лет, месяцев, суток и часов прошло от начала эры до: а) 7 ноября 1917 г.; б) 9 мая 1945 г.; в) 7 часов утра 2 марта 1948 г.; г) 19 часов 5 декабря 1943 г.?

129. От начала 1948 г. прошло 98 дней 15 час. 10 мин. Какой наступил месяц, число и час дня?

3 Сборник задач по арифметике



Решение.

98 дн. — 31 дн. — 29 дн. — 31 дн. = 7 дн.;

15 час. 10 мин. — 12 час. = 3 час. 10 мин.

Ответ. 8 апреля, 3 часа 10 мин. дня.

130. Какой год, месяц, число наступили, если от начала эры прошло 1905 лет 250 дней 13 час.?

Решение.

1) Полных лет прошло 1905; следовательно, наступил 1906 год.

2) 250 дн. — 31 дн. — 28 дн. — 31 дн. — 30 дн. — 31 дн. — 30 дн. — 31 дн. — 31 дн. = 7 дн. В 1906 г. прошло полных 8 месяцев и ещё 7 дней, т. е. наступило 8 сентября 1906 г.

3) 13 час. — 12 час. = 1 час.

Ответ. 1 час. дня 8 сентября 1906 г.

131. От начала високосного года прошло 75 дней 18 час. 15 мин. Определить месяц, число и время дня.

132. Какой год, месяц и число наступили, если от начала эры прошло: 1) 1945 лет 1 мес. 5 дней; 2) 1899 лет 2 мес. 8 дней; 3) 1947 лет 178 дней 16 час.; 4) 1900 лет 15 час.?

2. Задачи на определение времени последующего события

133. Конституция РСФСР была опубликована 19 июля 1918 г., а Конституция СССР была принята через 18 лет 4 мес. 16 дней. Когда была принята Конституция СССР?

Решение.

1) От начала эры до 19 июля 1918 г. прошло 1917 лет 6 мес. 18 дней, а до принятия Конституции СССР 1917 лет 6 мес. 18 дней + 18 лет 4 мес. 16 дней = 1935 лет 11 мес. 4 дня.

2) Переведём 1935 лет 11 мес. 4 дня в календарное число.

Ответ. 5 декабря 1936 г.

134. Александр Сергеевич Пушкин родился 26 мая 1799 г. и жил 37 лет 8 мес. 3 дня. Когда он умер?

135. Великий русский математик Николай Иванович Лобачевский родился 2 ноября 1793 г. и жил 62 г. 3 мес. 22 дня. Когда он умер?

136. Пароход, отправившийся из г. Горького 24 июля в 3 часа дня, прибыл в Астрахань через 6 сут. 1 час 20 мин. Когда он прибыл?

3. Задачи на определение промежутка времени между двумя событиями

136. А. С. Пушкин родился в 1799 г. 26 мая, а умер в 1837 г. 29 января. Сколько времени он жил?

Решение.

1) От начала эры до смерти Пушкина прошло 1836 лет 28 дней, а до его рождения 1798 лет 4 мес. 25 дней.

2) 1836 лет 28 дн. — 1798 лет 4 мес. 25 дн. = 37 л. 8 мес. 3 дня.

Ответ. 37 лет 8 мес. 3 дня.

138. А. М. Горький родился 16 марта 1868 г., а умер 18 июня 1936 г. Сколько времени он жил?

139. Дрейф ледокола «Георгий Седов», начавшийся 23 октября 1937 г., окончился 13 января 1940 г. Сколько времени продолжался дрейф?

140. Поле было засеяно 18 апреля, а убрано 1 августа. Сколько времени прошло от сева до уборки урожая?

4. Задачи на определение времени предыдущего события

141. Первая газета выпущена в России 2 января 1703 г., а первая книга напечатана в Москве раньше на 139 лет 8 мес. 5 дн. Когда напечатали первую книгу?

Решение.

1702 года 0 мес. 1 день

— 139 лет 8 мес. 5 дней

1562 года 3 мес. 27 дней

Занимая один месяц (декабрь), раздробляем его в 31 день.

Переведём арифметическое число в календарное число.

Ответ. 28 апреля 1563 года.

142. Занятия в школах возобновились 1 сентября, после 72 дней каникул. Когда начались каникулы?

143. Михаил Васильевич Ломоносов жил 52 г. 7 мес. 10 дней в умер 4 апреля 1765 г. Когда родился Ломоносов?

144. Великий русский писатель-баснописец Иван Андреевич Крылов умер 9 ноября 1844 г., имея от роду 76 лет 281 день. Определить день его рождения.

ЗАДАЧИ НА ВЫЧИСЛЕНИЕ ПЛОЩАДЕЙ И ОБЪЕМОВ

145. Два участка: прямоугольный, длина которого 25 м, и квадратный, сторона которого 10 м, имеют равные площади и обнесены изгородью. У какого участка изгородь имеет бóльшую длину?

Решение. Длину изгороди квадратного участка легко найти, так как дана его сторона; а чтобы найти изгородь прямоугольного участка, надо знать его стороны; длина участка 25 м, а ширину можно определить, зная его площадь. Отсюда легко наметить план решения.

1. Найдём периметр квадратного участка.
2. Найдём площадь каждого участка.
3. Найдём ширину прямоугольного участка.
4. Найдём периметр прямоугольного участка.
5. Сравним периметры.

1) $10 \text{ м} \cdot 4 = 40 \text{ м}$; 40 м — периметр квадратного участка.
2) $10 \cdot 10 = 100$ (кв. м); 100 кв. м — площадь каждого участка.
3) $100 : 25 = 4$ (м); 4 м — ширина прямоугольного участка.
4) $25 \text{ м} + 4 \text{ м} + 25 \text{ м} + 4 \text{ м} = 58 \text{ м}$; 58 м — периметр прямоугольного участка.

5) Так как $58 \text{ м} > 40 \text{ м}$, то изгородь прямоугольного участка длиннее изгороди квадратного участка, хотя площади их равны.

146. Два участка земли имеют изгородь одинаковой длины. Первый участок — прямоугольный, ширина которого 40 м, а второй — квадратный со стороной 80 м. Какой из участков больше по площади и на сколько?

147. Сколько досок пойдёт на настилку пола в комнате, если длина пола 6 м, ширина 5 м, а длина каждой доски 6 м, ширина 25 см?

148. Колхозный сад прямоугольной формы имеет в длину 320 м и в ширину 120 м. Третья часть сада занята ягодными насаждениями, а остальная площадь сада — плодовыми деревьями. Сколько деревьев в саду, если на каждое дерево в среднем приходится по 8 кв. м?

149. Комната имеет длину 7 м, ширину 5 м и высоту 3 м; площадь окон, дверей и печи составляет восьмую часть общей площади стен комнаты. Сколько кусков обоев понадобится для оклеивания стен этой комнаты, если кусок обоев имеет длину 10 м, а ширину 63 см?

150. Определить вес дождевой воды, выпавшей на поле площадью в 10 га, если толщина слоя воды 35 мм.

Решение.

1) $10 \text{ га} = 100\,000 \text{ кв. м} = 100\,000\,000\,000 \text{ кв. мм}$ — площадь поля.

2) $35 \cdot 100\,000\,000\,000 = 3\,500\,000\,000\,000$ (куб. мм) =
= 3500 (куб. м).

3) $1 \text{ т} \cdot 3500 = 3500 \text{ т}$ — вес воды, выпавшей на поле.

Ответ. 3500 т.

151. Сколько весит деревянная доска, длина которой равна 5 м, ширина 24 см и толщина 3 см, если 1 куб. дм дерева весит 600 г?

152. Сколько кубометров досок пойдёт на устройство забора вокруг прямоугольного участка земли, если длина его 70 м, ширина 30 м, высота забора 2 м, а толщина досок 2 см?

153. Сколько кирпичей потребуется для постройки стены в 45 м длиной, 2 м высотой и 40 см толщиной, если размеры кирпича 25 см, 15 см и 4 см и промежутки между кирпичами заливаются известью, которая занимает десятую часть всего объёма?

154. Сарай, имеющий форму параллелепипеда, заполнен сеном. Длина сарая 8 м, ширина 6 м, высота 5 м. Определить вес лежащего в сарае сена, если 10 куб. м весят 6 ц.

155. Сколько двухтонных машин понадобится для перевозки поленницы дров длиной 6 м, шириной 2 м и высотой 3 м, если 8 куб. м дров весят 1 т?

СМЕШАННЫЕ ЗАДАЧИ

156. Район запланировал произвести ремонт трёх шоссе, дорог длиной: первая 80 км, вторая 98 км и третья 112 км. Определить затраты на ремонт каждой дороги, если расходы на ремонт 1 км одинаковы и на ремонт первой дороги отпущено на 21 600 руб. меньше, чем на ремонт второй.

157. Стахановская бригада превысила сменное задание по добыче руды в 4 раза и дала на 24 т больше задания. Сколько тонн руды вырабатывала бригада за смену и каково было сменное задание?

158. Бронза содержит 41 часть меди, 8 частей олова и 1 часть цинка. Сколько будет весить кусок бронзы, в котором цинка на 1 кг 484 г меньше, чем олова?

159. Два грузовика перевезли за 2 дня со склада в магазин 96 т различного товара, причём в первый день было перевезено на 12 т больше, чем во второй. Определить грузоподъёмность каждой машины, если известно, что в первый день первая машина сделала 9 поездок, а вторая 12 и во второй день первая 3 поездки, а вторая 12 поездок.

160. От стальной полосы длиной 350 мм были отрезаны 2 большие и 4 малые заготовки, после чего остался кусок в 22 мм. Определить размеры заготовок, если большая заготовка в два раза длиннее малой.

161. С трёх лугов собрали 1970 ц сена. С первого и второго собрали сена поровну, а с третьего луга собрали на 110 ц больше, чем с каждого из первых двух. Сколько сена собрали с каждого луга?

162. В трёх корзинах 1000 яблок. Во второй корзине втрое больше, чем в первой, а в третьей вдвое больше, чем во второй. Сколько яблок в каждой корзине?

163. 60 железнодорожных билетов в жёсткие вагоны и 12 билетов в мягкие вагоны стоят 5040 руб. Сколько стоит билет в

жёстком вагоне, если 1 билет в жёстком вагоне и 1 билет в мягком вагоне вместе стоят 180 руб.?

164. На автомобильный завод привозят стальные полосы длиной 4280 мм и 4380 мм. Из этих полос нарезают детали длиной 188 мм, 195 мм, 212 мм и 215 мм. Из какой полосы нужно нарезать каждую из деталей, чтобы на обрезки уходило меньше металла?

165. В двух кусках одинаковое количество ткани. После того как от одного куска отрезали 18 м, а от другого 25 м, в первом куске осталось вдвое больше ткани, чем во втором. Сколько метров ткани было в каждом куске?

166. В 6 часов из пунктов *A* и *B* выехали навстречу друг другу два велосипедиста. Скорость велосипедиста, выехавшего из *A*, 14 км в час, а другого 13 км в час. Первый достиг *B* в 11 час. На каком расстоянии от пункта *A* был в это время другой?

167. Ширина прямоугольного участка на 80 м меньше его длины. Определить площадь участка, если длина забора вокруг него 800 м.

168. Участок земли прямоугольной формы огорожен изгородью длиной в 200 м, причём длина его на 20 м больше ширины. Участок разделили на две части, из которых одна на 200 кв. м больше другой. Найти площадь каждой части.

169. Прямоугольный участок земли шириной 45 м и площадью 7200 кв. м нужно увеличить на 1920 кв. м. Какова должна быть ширина участка при той же его длине?

170. В 10 час. 25 мин. из городов *A* и *B*, расстояние между которыми 540 км, вышли навстречу друг другу два поезда. Встреча поездов произошла в 16 час. 25 мин. Какова скорость каждого поезда и на каком расстоянии от *B* произошла встреча, если поезд, шедший из *A*, проходил на 10 км в час меньше поезда, шедшего из *B*?

171. Подвал имеет длину 10 м, ширину 6 м и глубину вдвое меньше ширины. Сколько тонн овощей можно заложить в подвал, если считать, что каждые 9 кубометров овощей весят 12 т?

172*. В книжный магазин поступили 3 партии книг: задачки, грамматики и книги для чтения. Грамматик было в 5 раз больше, чем книг для чтения, а задачков в 2 раза меньше, чем грамматик и книг для чтения, вместе взятых, причём задачков было на 968 меньше, чем грамматик. Все поступившие в магазин книги стоят 7599 руб. 20 коп., причём задачник дороже книги для чтения на 1 руб. 20 коп., а грамматика дешевле книги для чтения на 70 коп. Сколько стоит отдельно задачник, грамматика и книга для чтения?

Решение. Для того чтобы найти цену каждой книги, необходимо прежде знать общее число книг, а также сколько среди них задачков, грамматик и книг для чтения.

Примем число книг для чтения за условную единицу. Тогда, согласно условию, число грамматик будет соответствовать 5 условным единицам, а число задачников — 3 условным единицам.

1) 5 ед. — 3 ед. = 2 ед.; 2 условные единицы составляют 968 книг.

2) 968 кн. : 2 = 484 кн.; 484 книги для чтения поступило в магазин.

3) 484 кн. · 5 = 2420 кн.; 2420 грамматик поступило в магазин.

4) 484 кн. · 3 = 1452 кн.; 1452 задачника поступило в магазин.

5) 484 кн. : 9 = 4356 кн.; 4356 книг поступило в магазин.

6) 1 руб. 20 коп. + 80 коп. = 2 руб.; на 2 руб. задачник дороже грамматик.

7) 2 руб. · 1452 = 2904 руб.; на 2904 руб. стоили бы все книги дешевле, если все задачники заменить грамматиками.

8) 1 руб. 20 коп. · 484 = 580 руб. 80 коп.; на 580 руб. 80 коп. стоили бы все книги дешевле, если книги для чтения заменить грамматиками.

9) 2904 руб. + 580 руб. 80 коп. = 3484 руб. 80 коп.; на 3484 руб. 80 коп. стоили бы все книги дешевле, если бы они были все грамматиками.

10) 7405 руб. 20 коп. — 3484 руб. 80 коп. = 3920 руб. 40 коп.; 3920 руб. 40 коп. стоят 4356 грамматик.

11) 3920 руб. 40 коп. : 4356 = 90 коп.; 90 коп. стоит грамматика.

12) 90 коп. + 1 руб. 20 коп. = 2 руб. 10 коп.; 2 руб. 10 коп. стоит книга для чтения.

13) 90 коп. + 2 руб. = 2 руб. 90 коп.; 2 руб. 90 коп. стоит один задачник.

Ответ. 90 коп.; 2 руб. 10 коп.; 2 руб. 90 коп.

173*. Отряд туристов состоял из трёх групп, каждая из которых совершила отдельный маршрут, используя различные средства передвижения. В 1-й группе было столько туристов, сколько их было во 2-й и 3-й группах вместе, а во 2-й группе туристов было в 3 раза больше, чем в 3-й. Содержание в день туриста 1-й группы обошлось в 14 руб. 60 коп., туриста 2-й группы — в 23 руб. 60 коп., а туриста 3-й группы — в 20 руб. 90 коп. Сколько туристов было в каждой группе, если на всех в день выходило 8105 руб. 40 коп.?

174*. Два парохода отправились одновременно из города А в город Б одним и тем же путём, причём второй пароход проходил в час на 5 км меньше первого. Если бы оба парохода ехали навстречу друг другу, то через час расстояние между ними уменьшилось

* Упражнения, отмеченные звёздочкой, являлись в 1950 г. заданиями контрольных работ для заочников.

бы на 45 км. Определить расстояние между городами А и Б, зная, что второй пароход прибыл в Б тремя часами позже первого.

175. В два элеватора доставили 176 т зерна в мешках, по 80 кг в каждом. В первый элеватор сдали на 200 мешков меньше, чем во второй. В первый элеватор зерно доставили тремя автоколоннами, причём вторая автоколонна доставила на 120 ц больше третьей, а третья на 50 ц меньше первой. Сколько грузовиков было во второй колонне, если на каждую машину грузили в среднем по 22 ц?

176. На эlevator было доставлено три партии зерна. В первой партии зерна было в 2 раза больше, чем во второй, а во второй в три раза меньше, чем в третьей, причём в третьей партии зерна было на 70 т больше, чем во второй. Сколько дней продолжалась доставка зерна, если перевозкой были заняты 21 подвода, на каждую из которых грузили по 5 ц, и делали 4 поездки в день?

177. В 1954 г. в колхозах под посеvy капусты будет отведено на 109 тыс. га больше, чем на помидоры, и на 126 тыс. га больше, чем для посева огурцов. Посевы лука на 37 тыс. га меньше площади, отводимой для посева огурцов. Всего на эти культуры запланирована площадь в 722 тыс. га. Какая площадь планируется для каждой из этих культур в отдельности?

178. В цех поступило 3 слитка серебра и 2 слитка золота, общим весом 2160 г, а потом ещё 7 таких же слитков серебра и 3 слитка золота, общим весом 4790 г. Из трёх слитков серебра изготовлены чайные и столовые ложки, всего 35 штук. Сколько было изготовлено чайных ложек, если столовая ложка весила 60 г, а чайная 44 г?

179. Из куска серебра весом 1 кг 890 г сделано 27 чайных и 20 столовых ложек. 9 чайных ложек весят столько же, сколько весят 5 столовых. Сколько весит чайная ложка и сколько весит столовая ложка?

180. Было доставлено 3 партии зерна, всего 322 т. В первой партии зерна было на 8 т больше, чем в третьей, а во второй на 6 т больше, чем в первой. Зерно третьей партии привезли на грузовиках и подводах, причём грузовик доставлял по 3 т, а подвода по 5 ц зерна. Сколько было грузовиков и сколько подвод, если тех и других вместе было 50?

181. Требуется перевезти деревянные брусья, из которых 500 штук размерами 6 м 52 см × 2 дм 4 см × 1 дм 5 см и 200 штук размерами 2 м 5 дм × 1 дм 8 см × 5 см, и 1314 кг цемента. Сколько потребуется автомашин, грузоподъёмностью в 3 т каждая, для перевозки всего груза, если 1 куб. дм дерева весит 600 г?

182. На трёх участках, общей площадью в 7 га 30 а, получено 575 ц кукурузы. Второй участок был на 50 а меньше первого и на 70 а больше третьего. С первого участка получено кукурузы на 4 ц с гектара больше, чем со второго, и на 1 ц меньше, чем с третьего. Определить урожай кукурузы с одного гектара на каждом участке.

183. Моторная лодка за 2 часа по течению реки и 5 часов против течения проходит 85 км, а за 5 часов по течению и 2 часа против течения 97 км. Какое время потребуется пароходу, чтобы сделать рейс между двумя пристанями, находящимися на расстоянии 360 км друг от друга, если собственная скорость парохода на 5 км в час больше собственной скорости моторной лодки и если на стоянки в пути пароход затратил в 4 раза меньше времени, чем на движение?

184. В строительство Волго-Донского судоходного канала имени В. И. Ленина, открытого 27 июля 1952 г., входят три оросительных и распределительных канала: Донской магистральный оросительный канал, Нижне-Донской и Азовский распределительные каналы, составляющие вместе в длину 192 км 100 м, причём первый канал короче второго на 45 км 900 м, а третий длиннее второго на 19 км 300 м. Какова длина каждого канала?

185. Среди учащихся педагогического училища был проведён конкурс на лучшее решение арифметических задач. Нужно было решить 28 задач, причём за каждую правильно решённую задачу засчитывали 3 очка, а за каждую неправильно решённую задачу списывали 5 очков. В результате конкурса у одного студента оказалось засчитанными 68 очков. Сколько задач учащийся решил правильно?

186. Сколько кусков обоев потребуется для оклейки комнаты, высота которой в 3 раза меньше длины, а длина на 6 м 2 дм больше высоты и на 4 м 2 дм больше ширины? Учтёте, что четверть часть площади всех стен приходится на окна и двери, причём известно, что длина куска обоев 12 м, а ширина 5 дм?

187. Бабочка капустница кладёт в лето 3 раза по 70 яиц, из которых выходят гусеницы. 6 гусениц весят 1 г. Каждая гусеница съедает за лето такое количество капусты, которое весит в 60 раз больше, нежели сама гусеница. Сколько капусты (по весу) могут уничтожить за лето гусеницы от одной бабочки капустницы?

188. Если созревший хлеб остаётся в поле, зерно начинает осыпаться, и чем больше затягивается уборка, тем больше будут потери от осыпания. Вычислено, что колхоз, имеющий посев зерновых культур в 1500 га, потеряет 2250 ц хлеба, если с каждого колоса упадёт только одно зерно. Проверить правильность подсчёта, полагая, что на 1 кв. м растёт в среднем 500 колосьев при среднем весе одного зерна в 30 мг.

189. При плохой уборке урожая в поле остаются колосья, в результате чего может быть потеряно большое количество зерна. Вычислено, что если на каждом квадратном метре будет оставлено только 2 колоса, то колхоз, имеющий посев зерновых в 2000 га, потеряет 320 ц зерна. Проверить правильность подсчёта, считая все зёрна в одном колосе в 800 мг.

II К Л А С С

ДЕЛИМОСТЬ ЧИСЕЛ. НАИБОЛЬШИЙ ОБЩИЙ ДЕЛИТЕЛЬ И НАИМЕНЬШЕЕ ОБЩЕЕ КРАТНОЕ

190. Составьте таблицу простых чисел до 100. Для этого напишите все числа до 100 в виде таблицы из 10 строчек по десяти чисел в каждой строчке. Тогда в первом столбце будут все числа, оканчивающиеся единицей, во втором — двумя и т. д., а в последнем — все числа, оканчивающиеся нулём. Зачеркните в этой таблице единицу, которая не входит в число простых чисел. Затем, оставив в таблице 2, зачеркните все числа, кратные 2, оставьте 3 и зачеркните числа, кратные 3. Так поступайте до тех пор, пока в таблице не останутся только простые числа. Перепишите таблицу снова, оставив пустые места, где находились зачёркнутые числа.

191. Пользуясь составленной таблицей простых чисел до 100 (см. задачу 190), ответьте на следующие вопросы:

- 1) Сколько всего простых чисел до 100?
- 2) Сколько простых чисел в первом, втором и т. д. десятках?
- 3) На какие цифры могут оканчиваться простые числа больше 10?
- 4) Почему в любом десятке не может быть больше четырёх простых чисел?
- 5) Выпишите все пары простых чисел, которые отличаются друг от друга не больше чем двумя единицами (так называемые «близнецы»).

192. На основании признаков делимости чисел определить, не производя деления, будут ли делиться данные суммы на 12; 15; 75.

1) $60 + 120 + 24$

3) $375 + 3150 + 7125$

2) $75 + 300 + 150$

4) $480 + 2400 + 1680$

193. На основании признака делимости разности чисел установить, не производя деления, будут ли делиться данные разности на 6; 18; 15.

1) $3330 - 810$

3) $7230 - 1432$

2) $4860 - 1269$

4) $8415 - 5520$

194. Если сумма двух чисел число чётное, то их разность тоже число чётное. Привести примеры и дать объяснение.

195. Если произведение двух чисел число нечётное, то сумма их число чётное.

196. Проверить на нескольких любых числах, что разность между взятым числом и числом, состоящим из тех же цифр, но написанных в обратном порядке, делится нацело на 9.

197. Несколько товарищей обменялись друг с другом фотокарточками. Доказать, что при любом числе людей карточек будет чётное число.

198. Доказать, что сумма двух чётных чисел есть число чётное.

У к а з а н и е. Общий вид чётного числа $2n$, где n — натуральное число.

199. Доказать, что сумма чётного и нечётного чисел есть число нечётное.

200. Доказать, что произведение двух чётных чисел есть число, кратное 4.

У к а з а н и е. $2n(2n + 2a) = 4n(n + a)$, где n и a — натуральные числа.

201. Доказать, что произведение двух последовательных чётных чисел есть число, кратное 8.

202. Доказать, что разность между квадратом натурального числа и самим числом делится на 2.

203. Доказать, что произведение трёх последовательных натуральных чисел делится на 6.

204. Доказать, что разность $a^3 - a$, где a — любое натуральное число, есть число, кратное 6.

205. Доказать, что произведение четырёх последовательных натуральных чисел, кратно 24.

206. Для устройства ёлки купили орехов, конфет и пряников — всего 760 штук. Орехов было на 80 штук больше, чем конфет, а пряников на 120 меньше, чем орехов. Какое наибольшее число одинаковых подарков для детей можно сделать из этих гостинцев и сколько орехов, конфет и пряников, в отдельности, войдёт в каждый подарок?

Решение с объяснением. Все подарки содержат одинаковые количества конфет, пряников и орехов, следовательно, числа орехов, конфет и пряников должны делиться на одно и то же число (число подарков), т. е. иметь хотя бы один общий делитель; а так как число подарков должно быть наибольшим, то из всех делителей надо взять наибольший. Таким образом, чтобы определить, какое наибольшее число одинаковых подарков можно сделать из всего запаса гостинцев, необходимо знать число орехов, конфет и пряников в отдельности, а затем найти НОД этих чисел.

1) $120 - 80 = 40$; конфет на 40 штук больше, чем пряников.

2) $760 - 120 - 40 = 600$; 600 штук было бы вместе орехов,

конфет и пряников, если бы каждого было бы столько, сколько пряников.

- 3) $600 : 3 = 200$; 200 штук пряников.
- 4) $200 + 40 = 240$; 240 штук было конфет.
- 5) $240 + 80 = 320$; 320 штук было орехов.

НОД (200; 240; 320) = 40. Наибольшее число подарков 40.

В каждый подарок входит: орехов — $320 : 40 = 8$ штук, конфет — $240 : 40 = 6$ штук, пряников — $200 : 40 = 5$ штук.

Ответ. 40 подарков; 8 орехов; 6 конфет и 5 пряников.

207. В первом поезде 792 пассажирских места, во втором 864 и в третьем 936. Сколько вагонов имеет каждый поезд, если известно, что в каждом вагоне находится одинаковое число пассажирских мест, наибольшее из всех возможных?

208. Велосипедист проехал на велосипеде в первый день 98 км, во второй 70 км и в третий 84 км. Сколько часов затратил велосипедист на весь маршрут, если скорость движения в час была одинакова и наибольшая из возможных?

209. Число 2200 разложить на три слагаемых так, чтобы первое слагаемое было на 120 больше второго и на 200 больше третьего, и для полученных слагаемых найти НОД.

210. Разность двух чисел равна наибольшему общему делителю чисел 533, 1339 и 7813, а сумма этих чисел во столько раз больше их разности, сколько единиц в наибольшем общем делителе чисел 1199, 1067 и 649. Найти числа.

Решение.

- 1) НОД (533, 1339 и 7813) = 13; 13 — разность двух чисел.
- 2) НОД (1199, 1067 и 649) = 11;
- 3) $13 \times 11 = 143$; 143 — сумма двух чисел.
- 4) $143 - 13 = 130$; 130 — удвоенное искомое меньшее число.
- 5) $130 : 2 = 65$; 65 — меньшее из чисел.
- 6) $65 + 13 = 78$; 78 — большее искомое число.

Ответ. Искомые числа 78 и 65.

211. Сумма двух чисел равна наибольшему общему делителю чисел 35 629 и 64 493, а разность их равна наибольшему общему делителю чисел 445, 623 и 9701. Найти эти числа.

Указание. НОД найти способом последовательного деления.

212. Из 156 жёлтых роз, 234 белых и 390 красных сделали букеты в возможно большем числе и так, что во всех букетах было поровну каждого в отдельности вида роз. Сколько рублей стоил каждый букет, если жёлтая роза стоила 2 руб., белая 1 руб. 50 коп. и красная 1 руб.?

213. На складе имеются ножи и вилки. Известно, что их число больше 300, но меньше 400. Если ножи и вилки считать десятками или дюжинами, то в обоих случаях получается целое число десятков или дюжин. Сколько было ножей и вилок вместе?

Решение с объяснением. По условию задачи нам надо найти число, которое: 1) одновременно делится на 10 и на 12; 2) больше 300 и меньше 400. Число, которое одновременно делится на 10 и 12, является их кратным. Таких кратных чисел множество. Возьмём наименьшее из всех кратных чисел, которые больше 300, но меньше 400.

Числа, кратные 10 и 12, будут: 60, 120, 180, 240, 300, 360, 420... Следовательно, число ножей и вилок 360.

Ответ. 360 ножей и вилок.

214. Пионеров построили для прогулки в ряды по 6 человек, а затем их перестроили, поставив по 4 человека в ряд. Сколько было пионеров, если их меньше 90, но больше 80?

215. Три парохода заходят в порт после каждого рейса. Первый пароход совершает свой рейс в 8 дней, второй в 10 дней, третий в 15 дней. Через какое наименьшее число дней встретится в порту первый пароход со вторым, первый с третьим, второй с третьим и все три парохода вместе, если они вышли одновременно?

216. Вдоль дороги от пункта *A* до пункта *B* были поставлены 2400 столбов, по одному через каждые 40 м. Через несколько лет эти столбы решили заменить другими, поставив последние на расстоянии 60 м друг от друга. На каком расстоянии от пункта *A* новый столб будет поставлен в точности на место старого? Сколько таких мест?

217. Три автобуса в 6 час. утра отправились с конечной станции по трём различным маршрутам. Первый автобус совершает свой рейс за 1 час 30 мин., второй — за 1 час 50 мин. и третий — за 1 час 10 мин. После каждого рейса автобусы по 10 мин. стоят на станции, а затем отправляются в следующий рейс по тому же маршруту. В котором часу: 1) первый автобус отправится одновременно со вторым; 2) второй автобус с третьим и 3) все три автобуса одновременно выедут с конечной станции?

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ

1. Упражнения на четыре действия

218. 8 мальчиков поймали 3 кг рыбы и распределили её между собой поровну.

- Какую часть всей рыбы получил каждый мальчик?
- Сколько килограммов рыбы получил каждый мальчик?
- Сколько граммов рыбы получил каждый мальчик?

219. Поле площадью в 3 га разбито на 4 равных участка.

- а) Какую часть всей площади занимает каждый участок?
 б) Какую часть гектара занимает каждый участок?
 в) Определить площадь каждого участка в квадратных метрах.

220. Расположить дроби по их величине:

а) начиная с меньшей: $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{14}{15}$;

б) начиная с большей: $\frac{5}{6}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{8}{9}$; $\frac{7}{8}$; $\frac{11}{12}$.

221. Знаменатель дроби умножили на 12. Что надо сделать с числителем данной дроби, чтобы она стала в три раза больше данной? в 4 раза меньше данной? в 24 раза больше данной?

222. Как изменится сумма трёх слагаемых, если от одного слагаемого отнимем $9\frac{17}{72}$, от другого отнимем $12\frac{17}{24}$, а к третьему прибавим $14\frac{29}{30}$?

223. От уменьшаемого отняли $15\frac{1}{2}$. Как надо изменить вычитаемое, чтобы разность стала больше, чем была: а) на $23\frac{1}{2}$
 б) на $27\frac{1}{3}$?

224. В первом ящике чая на $8\frac{1}{2}$ кг больше, чем во втором.

а) Сколько чая надо переложить из второго ящика в первый, чтобы в первом стало на 10 кг больше, чем во втором?

б) Сколько чая надо переложить из первого ящика во второй, чтобы в первом стало на $5\frac{1}{2}$ кг больше, чем во втором?

225. При сложении нескольких чисел получили сумму $23\frac{1}{8}$, но при этом по ошибке вместо слагаемого $\frac{4}{7}$ взята обратная дробь $\frac{7}{4}$. Найти верную сумму.

226. Записать действия со скобками и произвести вычисления.

а) из $23\frac{1}{18}$ вычтешь сумму чисел $11\frac{43}{45}$ и $10\frac{1}{10}$;

б) из суммы чисел $8\frac{13}{24}$ и $15\frac{19}{30}$ вычтешь сумму чисел $8\frac{29}{30}$, $5\frac{9}{20}$ и $1\frac{5}{24}$;

в) из 25 вычтеть число $18\frac{5}{18}$, уменьшенное на разность чисел $13\frac{1}{4}$ и $4\frac{2}{27}$.

227. Произвести указанные действия:

$$а) \left(\frac{2}{15} + 1\frac{7}{12}\right) \cdot \frac{30}{103} - 2 : 2\frac{1}{4} \cdot \frac{9}{32};$$

$$б) 10\frac{2}{21} + \left(7\frac{1}{2} \cdot 2\frac{2}{3} - 12\frac{1}{4} : \frac{7}{9}\right) : 6;$$

$$в) 5\frac{1}{3} : 6\frac{2}{5} - \left(12 : 3\frac{3}{5} - \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{2}{3};$$

$$г) \frac{\left(6\frac{2}{3} + 2\frac{4}{15} + 5\frac{1}{2}\right) : \frac{1}{15} - 30 : \frac{5}{28};}{2\frac{3}{4} \cdot 3\frac{19}{22} : 42\frac{1}{2}};$$

$$д*) \frac{24 : \frac{6}{7} - \frac{1}{6} \cdot \frac{4}{21} + 6\frac{3}{4} : 9}{53\frac{2}{3} - 22\frac{14}{15} : 2\frac{2}{3}} + \frac{20 : 2\frac{2}{15} + 25\frac{5}{7} - 1\frac{1}{35}}{21\frac{7}{9} : 4\frac{2}{3} - 1};$$

$$е*) \frac{6 - 4 \cdot \frac{1}{10}}{7 + 1 : \frac{3}{7}} \cdot 7\frac{1}{2} + \frac{\left(5\frac{1}{4} - 3\frac{2}{5}\right) \cdot 2\frac{1}{2} - 1\frac{1}{2}}{\left(\frac{1}{8} + \frac{3}{20} + 5\frac{1}{8} - 2\frac{2}{5}\right) : 12}.$$

228. На основании зависимости между компонентами и результатом действия найти x .

(Решение и запись смотри в задаче № 6.)

$$а) \left(\frac{2}{15} + x\right) \cdot \frac{30}{103} = \frac{1}{2};$$

$$б) \left(3\frac{1}{2} : 4\frac{2}{3} + x : 3\frac{1}{2}\right) \cdot 5\frac{5}{7} = 10;$$

$$в) 12 - \left[20 - 19\frac{1}{2} : \left(2\frac{3}{4} - \frac{3}{5}x\right)\right] \cdot \frac{23}{53} = 7;$$

$$г) 1\frac{7}{10} : \left[\left(1\frac{2}{3}x + 3\frac{3}{4}\right) \cdot \frac{8}{75}\right] = 1\frac{5}{12};$$

$$д*) 12 - \left[30 - 19\frac{1}{2} : \left(2\frac{3}{4} - \frac{3}{5}x\right)\right] \frac{23}{55} = 3;$$

$$е) \left[\frac{57}{16} : \left(\frac{2\frac{3}{4}}{3\frac{1}{2}x - 45} - \frac{7}{24}\right) + 6\frac{1}{5}\right] \frac{3}{38} = 1\frac{1}{5}.$$

229. Предельный возраст берёзы, а также и ольхи 150 лет, сосна живёт в $4\frac{2}{3}$ раза больше берёзы, а ель — в $1\frac{5}{7}$ раза больше, чем сосна. Определить продолжительность жизни ели.

230. Длина Панамского канала (канал, соединяющий Атлантический океан с Тихим) составляет 81 км, а длина канала имени Москвы 128 км. Панамский канал строился 30 лет, канал имени Москвы $4\frac{2}{3}$ года. Во сколько раз 1 км канала имени Москвы строился быстрее, чем 1 км Панамского канала?

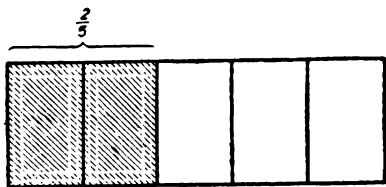
231. В 1950 г. урожай зерновых культур в СССР составил 7 млрд. 600 млн. пудов. Допустим, что этот урожай поместили в один амбар шириной 20 м и высотой 8 м. Какой длины был бы этот амбар, если принять, что один куб. м зерна весит $1\frac{4}{5}$ т? (Результат округлить с точностью до 100 кг; 1 пуд равен $16\frac{19}{50}$ кг.)

232. Московский водопровод даёт в сутки 110 млн. вёдер воды. Представим, что вся вода поступает в Москву в виде реки, ширина которой 20 м и глубина $1\frac{1}{5}$ м. Какова должна быть скорость течения такой реки? (1 ведро равно $12\frac{3}{10}$ л.)

2. Задачи на нахождение дроби от числа

233. Колхоз имеет 450 га земли под пшеницей. Осенью он засеял $\frac{2}{5}$ всей площади. Сколько гектаров земли засеет он весной?

Графическая иллюстрация



Черт. 10.

1-е решение.

$$1) 450 \text{ га} \cdot \frac{2}{5} = \frac{450 \cdot 2}{5} = 180 \text{ (га);}$$

180 га засеяно осенью.

$$2) 450 - 180 = 270 \text{ (га);}$$

270 га засеяно весной.

2-е решение. Величину всего поля примем за 1.

$$1) 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}; \quad \frac{3}{5} \text{ всего поля засеяно весной.}$$

$$2) 450 \cdot \frac{3}{5} = 270 \text{ (га); } 270 \text{ га засеяно весной.}$$

234. Машинно-тракторная станция имеет 60 тракторов. До января отремонтировано $\frac{11}{12}$ всего количества тракторов.

Сколько тракторов осталось отремонтировать?

235. Человек может почувствовать изменение веса предмета, который он держит в руке, если это изменение будет не меньше $\frac{3}{100}$ веса предмета. Какое наименьшее количество (в граммах) надо добавить к гире в 1 кг, чтобы человек почувствовал увеличение веса? Возможно ли, взвешивая на руке, обнаружить различие в весе 700 г и 715 г?

236. Длина здания 25 м. Определить ширину и высоту здания, если ширина составляет $\frac{2}{5}$ длины, а высота $\frac{1}{5}$ длины?

237. Составить задачу, при решении которой потребовалось бы 28 кг умножить на $\frac{5}{7}$.

238. В курином яйце белок составляет $\frac{5}{9}$ веса всего яйца, желток — $\frac{2}{5}$ веса всего яйца, а остальное — скорлупа.

Сколько весит скорлупа одного яйца весом в 60 г?

Решение. Примем вес яйца за 1.

1) $1 - \frac{5}{9} - \frac{2}{5} = \frac{45 - 25 - 18}{45} = \frac{2}{45}$; $\frac{2}{45}$ веса яйца составляет вес скорлупы.

$$2) 60 \cdot \frac{2}{45} = \frac{60 \cdot 2}{45} = \frac{24}{9} = 2 \frac{2}{3} \text{ (г); } 2 \frac{2}{3} \text{ г вес скорлупы яйца.}$$

239. Поезд прошёл 420 км; $\frac{5}{7}$ этого расстояния он шёл по горизонтальному пути, $\frac{1}{12}$ на подъём, а остальное под уклон.

Сколько километров прошёл поезд под уклон?

240. Колхоз засеял 1200 га земли. $\frac{3}{4}$ всей площади он засеял зёрновыми культурами, $\frac{1}{5}$ — огородными, а остальное — люцерной (кормовая трава). Сколько гектаров земли засеяно люцерной?

241. Лес, пашни и луга занимают площадь 600 га. Из них лес занимает $\frac{1}{5}$ всей площади, пашни $\frac{2}{3}$, остальное — луга. Сколько гектаров занимают в отдельности лес, пашни и луга?

242. Три тракториста вспахали 40 $\frac{1}{2}$ га земли. Первый тракторист вспахал $\frac{4}{9}$ всей земли, второй $\frac{3}{5}$ остатка, а третий — остальную часть. Сколько гектаров земли вспахал третий тракторист?

1-е решение.

$$1) 40 \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{9} = 18 \text{ (га)}; 18 \text{ га вспахал 1-й тракторист.}$$

2) $40 \frac{1}{2} - 18 = 22 \frac{1}{2}$ (га); $22 \frac{1}{2}$ га вспахали 2-й и 3-й трактористы вместе.

$$3) 22 \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} = 13 \frac{1}{2} \text{ (га)}; 13 \frac{1}{2} \text{ га вспахал 2-й тракторист.}$$

$$4) 22 \frac{1}{2} - 13 \frac{1}{2} = 9 \text{ (га)}; 9 \text{ га вспахал 3-й тракторист.}$$

2-е решение.

1) $1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$; $\frac{5}{9}$ всей площади вспахали 2-й и 3-й трактористы.

2) $1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$; $\frac{2}{5}$ оставшейся (после работы 1-го тракториста) площади вспахал 3-й тракторист.

$$3) \frac{5}{9} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{9}; \frac{2}{9} \text{ всей площади вспахал 3-й тракторист.}$$

$$4) 40 \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{9} = \frac{81 \cdot 2}{2 \cdot 9} = 9 \text{ (га)}; 9 \text{ га вспахал 3-й тракторист.}$$

Ответ. 9 га.

243. Дом длиной 50 м и шириной 20 м на плане изображён в $\frac{3}{500}$ своей натуральной величины. С этого плана снята копия в $\frac{3}{4}$ оригинала. Какова длина и ширина изображения дома в копии?

244. Поезд прошёл 540 км; по горизонтальному пути он прошёл $\frac{8}{9}$ этого расстояния, на подъём $\frac{7}{15}$ остатка, а остальной путь под уклон. Сколько километров прошёл поезд под уклон?

245. Для нормального освещения дневным светом класса необходимо, чтобы величина окон составляла $\frac{1}{12}$ часть площади пола. Определить, достаточно ли света в классе, длина которого $9\frac{3}{5}$ м и ширина $8\frac{3}{4}$ м. В классе имеются 4 окна высотой $1\frac{1}{2}$ и шириной 1 м.

246. Сколько надо заготовить на зиму дров для трёх печей, если известно, что печи топятся с 1 октября по 1 апреля и что в месяц для первой печи требуется $1\frac{1}{2}$ куб. м дров, для второй $\frac{2}{3}$ этого количества, а для третьей $\frac{3}{5}$ того количества дров, которое требуется для первой и второй печей вместе?

247. Пионеры посадили на пришкольном участке 24 дубка и, кроме того, липы, яблони и груши. Число лип составляло $\frac{3}{4}$ числа дубков, число яблонь $\frac{20}{21}$ общего числа дубков и лип вместе, а число груш $\frac{5}{8}$ числа яблонь. Сколько всего разных деревьев посадили пионеры на пришкольном участке?

248. Пионеры собрали в течение 4 дней 602 кг разных семян. В первый день собрано $\frac{3}{14}$ этого количества, во второй — в полтора раза больше, в третий $\frac{4}{5}$ того, что собрали за первые два дня вместе, и в четвёртый — остальное. Сколько семян собрали пионеры в четвёртый день?

249. Число учащихся юношей в педагогическом училище составляет $\frac{1}{3}$ числа девушек, учащихся в этом же училище.

а) Какую часть всех учащихся составляют юноши?

б) Сколько девушек в училище, если общее число учащихся 420 человек?

Решение. а) Число юношей составляет третью часть числа девушек, т. е. если число юношей примем за 1 часть, то число девушек будет 3 части; всего учащихся будет $3 + 1 = 4$ (части).

Значит, число юношей будет $1 : 4 = \frac{1}{4}$ всех учащихся;

б) число девушек будет $\frac{3}{4}$; следовательно, $420 \cdot \frac{3}{4} = 315$ (человек).

Ответ. а) $\frac{1}{4}$; б) 315 девушек.

250. На участке земли имеется пашня и лес; площадь пашни составляет $\frac{1}{3}$ площади, занятой лесом. Какую часть всей площади занимает пашня и какую лес?

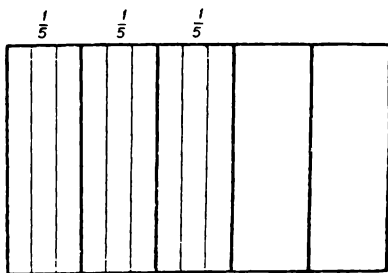
251. Два ученика купили вместе книгу. Второй ученик внёс $\frac{3}{5}$ от суммы денег, которые внёс первый. Какую часть стоимости книги внёс каждый?

252. В одном городе число мужчин составляет $\frac{9}{10}$ числа женщин, живущих в этом городе. а) Какую часть от всего населения города составляют мужчины? б) Сколько женщин живёт в городе, если мужчин и женщин в городе 380 000 человек?

3. Задачи на нахождение числа по его дроби

253. На настилку $\frac{3}{5}$ площади пола израсходовали 9 досок. Сколько таких досок понадобится для настилки всего пола?

Графическая иллюстрация



Черт. 11.

Из рисунка видно, что на $\frac{1}{5}$ всего пола идёт 3 доски, следовательно, на весь пол пойдёт $3 \text{ дос.} \cdot 5 = 15 \text{ дос.}$

Решение.

1) Сколько досок израсходовано на $\frac{1}{5}$ часть площади пола?

$$9 \text{ дос.} : 3 = 3 \text{ дос.}$$

2) Сколько досок пойдёт на всю площадь пола (т. е. на $\frac{5}{5}$)?

$$3 \text{ дос.} \cdot 5 = 15 \text{ дос.}$$

Ответ. 15 дос.

Из рассмотренной задачи вытекает путь решения задач на нахождение числа по его дроби: чтобы найти неизвестное число по данной его дроби, нужно данное число разделить на числитель дроби и полученное частное умножить на знаменатель дроби. Условились считать, что нахождение числа по его дроби выполняется делением.

254. На выпечку хлеба израсходовано 400 кг муки. Сколько должно получиться хлеба, если вес муки составляет $\frac{5}{9}$ веса хлеба?

Решение. 400 кг составляют $\frac{5}{9}$ веса хлеба.

Найдём вес хлеба:

$$400 : \frac{5}{9} = \frac{400 \cdot 9}{5} = 720 \text{ (кг)}.$$

Ответ. 720 кг.

255. Предельный возраст зайца составляет $\frac{5}{7}$ предельного возраста лисицы, $\frac{2}{7}$ возраста льва и $\frac{1}{20}$ возраста слона. Определить предельный возраст каждого из этих животных, если предельный возраст зайца 10 лет.

256. С участка площадью в $\frac{5}{7}$ га собрано 15 ц ржи, а с другого участка площадью $\frac{3}{8}$ га собрано 9 ц. Какой из этих участков дал большую урожайность?

257. Предельный возраст соловья 18 лет. Предельный возраст соловья составляет $\frac{9}{16}$ возраста кукушки, $\frac{9}{20}$ возраста вороны и $\frac{3}{50}$ возраста лебедя. Определить предельный возраст кукушки, вороны и лебедя.

258. В городской математической олимпиаде $\frac{2}{5}$ участников первого тура были допущены во второй тур, а $\frac{3}{8}$ участников второго тура были отмечены премиями и похвальными грамотами: 1-ю премию получили 2 человека, 2-ю премию — 3 человека, 3-ю премию — 10 человек и похвальные грамоты — 24 человека. Сколько человек участвовало в первом туре?

259. Сахарный песок при переработке в рафинад теряет $\frac{2}{15}$ своего веса. Сколько нужно взять сахарного песка, чтобы получить 130 кг рафинада?

Решение.

1) Какую часть сахарного песка составляет рафинад?

$$1 - \frac{2}{15} = \frac{13}{15}.$$

2) Сколько надо взять сахарного песка, чтобы получить 130 кг рафинада?

$$130 : \frac{13}{15} = \frac{130 \cdot 15}{13} = 150 \text{ (кг)}.$$

Ответ. 150 кг.

260. В классе присутствовало 30 учеников; число отсутствующих составило $\frac{1}{16}$ всего числа учащихся в данном классе.

Сколько всего учащихся в классе?

261. Из резервуара с керосином отлили вначале $\frac{2}{5}$, потом $\frac{1}{3}$ всего керосина, и после этого в резервуаре осталось 8 т керосина. Сколько керосина было в резервуаре?

262. Автомобиль прошёл в первый день $\frac{3}{8}$ всего пути, во второй $\frac{15}{17}$ того, что прошёл в первый день, а в третий день остальные 200 км. Каков был расход бензина, если на 5 км пути автомобиль расходует $\frac{4}{5}$ кг бензина?

263. Бригада трактористов должна была вспахать некоторый участок. В первый день бригада вспахала $\frac{3}{17}$, во второй день $\frac{8}{51}$ и в третий день $\frac{1}{6}$ всей площади участка, после чего осталось вспахать 182 га. Определить площадь участка?

264. $\frac{5}{9}$ числа пионеров отряда составляли девочки, остальную часть — мальчики, которых было на 4 человека меньше, чем девочек. Сколько всего детей в пионерском отряде?

Решение.

1) Какую часть всего отряда составляли мальчики?

$$1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}.$$

2) Какую часть отряда составляют 4 человека?

$$\frac{5}{9} - \frac{4}{9} = \frac{1}{9}.$$

3) Сколько детей в отряде?

$$4 : \frac{1}{9} = 36 \text{ (человек).}$$

265. Когда турист прошёл $\frac{3}{10}$ всего пути, то до половины пути осталось $4 \frac{1}{2}$ км. Найти длину всего пути.

266. За три часа автомобиль проехал некоторый путь. За первый час он проехал $\frac{2}{5}$ всего пути, за второй час $\frac{1}{3}$ пути и за третий час оставшее расстояние. Какой путь проехал автомобиль за эти три часа, если за третий час он проехал на 20 км меньше, чем за первый?

267. Турист прошёл в первый день $\frac{10}{31}$ всего пути, во второй $\frac{9}{10}$ того, что прошёл в первый день, а в третий день — остальную часть пути, причём в третий день он прошёл на 12 км больше, чем во второй день. Сколько километров прошёл турист в каждый из трёх дней?

268. Выход масла из сливок составляет $\frac{2}{9}$ веса сливок, а выход сливок из молока составляет $\frac{4}{25}$ веса молока. Сколько требуется молока, чтобы получить 1 ц масла?

Решение.

1) Какую часть молока составляет масло?

$$\frac{4}{25} \cdot \frac{2}{9} = \frac{8}{225}.$$

2) Сколько молока требуется для получения 1 ц масла?

$$1 \text{ ц} : \frac{8}{225} = \frac{225}{8} \text{ ц} = 28 \frac{1}{8} \text{ ц}.$$

269. $\frac{4}{9}$ всей земли занято лугом, $\frac{3}{7}$ остатка — пашней и остальное — лесом. Найти площадь всей земли и площадь леса, если известно, что площадь луга больше площади пахотной земли на 260 га.

270. Я израсходовал $\frac{3}{4}$ от $\frac{5}{8}$ моих денег, и у меня осталось 102 руб. Сколько денег было у меня?

271. Турист прошёл в первый день $\frac{10}{31}$ всего пути, во второй $\frac{9}{10}$ того, что прошёл в первый день, а в третий день — остальную часть пути, причём в третий день он прошёл на 12 км больше, чем во второй день. Сколько километров прошёл турист в каждый из трёх дней?

У к а з а н и е. Надо определить, какую часть пути он прошёл за третий день, а потом, зная разность между расстояниями, пройденными в третий и второй день, и разницу между частями пути, пройденными в эти дни, легко определить весь путь. Далее задача не представит затруднений.

272. Артель израсходовала в первую неделю $\frac{1}{3}$ имевшегося у неё запаса сырья, а во вторую $\frac{1}{3}$ остатка. Сколько сырья осталось в артели, если в первую неделю расход сырья был на $\frac{3}{5} t$ больше, чем во вторую неделю?

273. Четыре колхоза внесли деньги на ремонт плотины пруда. Первый внёс четверть стоимости ремонта, второй $\frac{2}{5}$ остальной суммы ремонта, третий и четвёртый внесли по 3420 руб. Сколько было внесено на ремонт плотины первым и вторым колхозами отдельно?

274. Четыре пионерских отряда собрали желуди. Первый отряд собрал $\frac{4}{15}$ всего количества желудей, собранных четырьмя отрядами, а второй отряд собрал $\frac{7}{22}$ остального количества; третий и четвёртый отряды собрали поровну. Сколько желудей собрали все четыре отряда, если известно, что третий отряд собрал желудей на $1\frac{1}{2}$ кг больше, чем второй?

275. Огородная бригада с площади в $8\frac{1}{2}$ га получила урожай картофеля выше установленного по плану, за что получила дополнительную оплату в размере 850 ч, что составляло $\frac{1}{4}$ часть урожая, собранного сверх плана. Определить плановый и фактический урожай картофеля, если плановый составлял $\frac{5}{9}$ фактического урожая.

276. Весь путь от одного города до другого автомашина прошла за три дня. В первый день автомашина прошла $\frac{9}{20}$ всего пути, во второй день $\frac{7}{9}$ того, что прошла за первый день, а в третий день на 180 км меньше, чем во второй. Сколько всего километров прошла автомашина за три дня?

277. Три бригады лесорубов заготовили некоторое количество дров. Первая бригада заготовила $\frac{2}{3}$ этого количества без 600 кубометров; вторая $\frac{1}{4}$ всего количества, третья $\frac{1}{2}$ всего количества без 4000 кубометров. Сколько всего дров было заготовлено и сколько дров заготовила каждая бригада?

Решение. Примем количество дров, заготовленных всеми бригадами вместе, за 1.

1) $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = 1 \frac{5}{12}$; $1 \frac{5}{12}$ лесорубы заготовили бы, если бы первая бригада дала на 600 куб. м, а третья на 4000 куб. м больше заготовленного.

2) $1 \frac{5}{12} - 1 = \frac{5}{12}$; на $\frac{5}{12}$ всего количества заготовили бы лесорубы больше при условиях, указанных в п. 1.

3) $4000 + 600 = 4600$ (куб. м); 4600 куб. м составляют $\frac{1}{12}$ всех заготовленных дров.

4) $4600 : \frac{5}{12} = 11\,040$ (куб. м); 11 040 куб. м дров заготовлено всеми бригадами вместе.

5) $11\,040 \cdot \frac{2}{3} - 600 = 7360 - 600 = 6760$ (куб. м); 6760 куб. м дров заготовила первая бригада.

6) $11\,040 \cdot \frac{1}{4} = 2760$ (куб. м); 2760 куб. м дров заготовила вторая бригада.

7) $11\,040 \cdot \frac{1}{2} - 4000 = 5520 - 4000 = 1520$ (куб. м); 1520 куб. м дров заготовила третья бригада.

Ответ. 6760 куб. м; 2760 куб. м; 1520 куб. м.

278. Две бригады трактористов вспахали поле. Первая бригада вспахала $\frac{4}{7}$ всего поля, а вторая $\frac{4}{5}$ всего поля без 26 га. Сколько гектаров земли вспахали обе бригады?

279. Расстояние между двумя городами турист проехал в 2 дня. В первый день он проехал половину пути и ещё 24 км, а во второй день ему осталось проехать расстояние, в три раза меньшее, чем в первый день. Найти расстояние между городами.

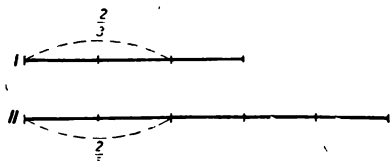
У к а з а н и е. В первый день турист проехал на 48 км больше, чем во второй.

280. Два мальчика собрали 96 грибов. $\frac{2}{3}$ числа грибов, собранных первым мальчиком, численно равны $\frac{2}{5}$ числа грибов, собранных вторым мальчиком. Сколько грибов собрал каждый мальчик?

Графическая иллюстрация

1-е решение. Из чертежа видно, что $\frac{1}{3}$ часть грибов, собранных первым мальчиком, по величине равна $\frac{1}{5}$ части гри-

бов, собранных вторым мальчиком. Первый мальчик собрал 3 части, а второй мальчик собрал 5 таких же частей. Следовательно, всего обоими мальчиками собрано 8 частей, что составляет 96 грибов.



Черт. 12

Отсюда: 1) $(96 : 8) \cdot 3 = 36$; 36 грибов собрал первый мальчик;
2) $(96 : 8) \cdot 5 = 60$; 60 грибов собрал второй мальчик.

2-е решение. Примем число грибов, собранных вторым мальчиком, за 1.

1) Узнаем, какую часть количества грибов, собранных вторым мальчиком, составляют грибы, собранные первым мальчиком:

$$\frac{2}{5} : \frac{2}{3} = \frac{3}{5}.$$

2) Сколько частей составляют 96 грибов?

$$1 + \frac{3}{5} = 1 \frac{3}{5}.$$

3) Сколько грибов собрал второй мальчик?

$$96 : \frac{8}{5} = 60 \text{ (грибов).}$$

4) Сколько грибов собрал первый мальчик?

$$96 - 60 = 36 \text{ (грибов).}$$

З а м е ч а н и е. Приём 1-го решения рассмотренной задачи нельзя перенести на все другие задачи этого вида. Этот приём удобен только в случае равенства числителей данных дробей. В случае же различных числителей дробей надо пользоваться приёмом 2-го решения, который является о б щ и м приёмом.

281. За две книги уплатили 15 руб. Сколько стоит каждая книга, если $\frac{2}{5}$ стоимости первой книги равны $\frac{1}{5}$ стоимости второй?

282. Двое имели 280 руб. Когда первый истратил $\frac{3}{4}$, а второй $\frac{2}{3}$ своих денег, то у них осталось денег поровну. Сколько денег было у каждого?

283. В учреждении работает 99 человек. Сколько работает мужчин и женщин, если $\frac{2}{5}$ числа всех мужчин равны $\frac{1}{2}$ числа всех женщин?

284. Два мальчика собрали 100 грибов. $\frac{3}{8}$ числа грибов, собранных первым мальчиком, равны $\frac{1}{4}$ числа грибов, собранных вторым мальчиком. Сколько грибов собрал каждый мальчик?

285. Три мальчика купили волейбольный мяч. Определить количество денег, внесённых каждым мальчиком, если $\frac{1}{2}$ взноса первого мальчика равна $\frac{1}{3}$ взноса второго или $\frac{1}{4}$ взноса третьего мальчика и если взнос третьего мальчика больше взноса первого на 6 руб. 40 коп.

286. $\frac{3}{5}$ числа лет сестры составляют $\frac{2}{7}$ числа лет брата, которому 42 года. Сколько лет сестре?

287. Найти число, $\frac{5}{7}$ которого равны $\frac{7}{12}$ от 60.

288. Сумма двух чисел равна 260; $\frac{3}{5}$ одного числа равны $\frac{5}{9}$ другого. Найти эти числа.

289. Разность двух чисел равна 115; $\frac{2}{7}$ первого числа равны $\frac{5}{6}$ второго. Найти эти числа.

290. У меня имеется денег на 95 руб. больше, чем у моего брата. $\frac{3}{16}$ моих денег составляют $\frac{4}{15}$ денег брата. Сколько денег у каждого из нас?

291. Разделить число 2475 на такие две части, чтобы $\frac{3}{8}$ одной части были бы в 12 раз более другой.

292. Участники автопробега в первый день прошли $\frac{3}{11}$ всего пути, во второй день $\frac{7}{20}$ оставшегося пути, в третий день $\frac{5}{13}$ нового остатка, а в четвёртый день — остальные 320 км. Как велика дистанция автопробега?

293. Продавца спросили: «Сколько весит лежащая на прилавке рыба?» Он ответил: «Три четверти килограмма и ещё $\frac{3}{4}$ своего веса». Сколько весит рыба?

294. Увеличивая $\frac{1}{4}$ некоторого числа на 20 единиц, мы получим $\frac{1}{2}$ этого числа. Найти это число.

295. Если к неизвестному числу прибавить $\frac{3}{7}$ его, да ещё 20, то получится 150. Найти неизвестное число.

296. Если к задуманному числу прибавить такое же число, да четверть задуманного числа, да ещё 28, то получится 138. Найти задуманное число.

297. Завод израсходовал в первую неделю $\frac{1}{3}$ имевшегося у него запаса сырья, а во вторую $\frac{1}{3}$ остатка. Сколько сырья осталось на заводе, если в первую неделю расход сырья был на $\frac{3}{5} m$ больше, чем во вторую неделю?

298. Город состоит из трёх районов. В первом районе проживает $\frac{2}{5}$ всего населения города. Число жителей второго района составляет $\frac{5}{6}$ числа жителей первого района, а остальная часть населения проживает в третьем районе. Сколько всего жителей в городе, если во втором районе на 5000 человек больше, чем в третьем?

299. За перевыполнение производственного плана рабочий получил денежную премию. На $\frac{3}{5}$ полученной суммы денег

рабочий купил облигации государственных займов, $\frac{16}{45}$ всей суммы он израсходовал на покупку костюма, а на остальную часть денег купил книги. Сколько рублей составляла вся премия, если известно, что на костюм он истратил на 280 руб. больше, чем на книги?

300. Магазин продал в первый день $\frac{2}{5}$ числа метров имевшейся в нём ткани, во второй день $\frac{7}{12}$ того, что продал в первый день, а в третий день — всю остальную ткань. Сколько всего метров ткани продал магазин, если во второй день было продано на 192 м больше, чем в третий?

301. Число отсутствовавших в классе учеников составляло $\frac{1}{13}$ числа присутствовавших; на другой день число отсутствовавших уменьшилось на 1 и тогда число отсутствовавших составляло $\frac{1}{20}$ числа присутствовавших. Сколько учеников было в классе?

У к а з а н и е. Число учеников, присутствовавших в первый день, равно $\frac{13}{14}$ числа всех учеников, а число учеников, присутствовавших во второй день, равно $\frac{20}{21}$ числа всех учеников (см. задачу № 213).

4. Задача на смешение второго рода

Во II классе задачи на смешение второго рода решаются способом предположения.

302. Магазин продал 20 кг чаю двух сортов, ценой в 45 руб. и в 66 руб. за 1 кг. Сколько продано чая каждого сорта, если в среднем цена 1 кг чаю составила 57 руб.?

Р е ш е н и е. Предположим, что было продано 20 кг чаю по 45 руб. за 1 кг.

1) Сколько стоят 20 кг чаю, если цена 1 кг чаю 45 руб.?

$$45 \text{ руб.} \cdot 20 = 900 \text{ руб.}$$

2) На какую сумму магазин продал весь чай?

$$57 \text{ руб.} \cdot 20 = 1140 \text{ руб.}$$

3) На сколько дороже стоят 20 кг чаю двух сортов, чем 20 кг чаю одного сорта по 45 руб. за килограмм?

$$1140 \text{ руб.} - 900 \text{ руб.} = 240 \text{ руб.}$$

4) На сколько дороже стоит 1 кг чая по 60 руб., чем 1 кг чая по 45 руб.?

$$60 \text{ руб.} - 45 \text{ руб.} = 15 \text{ руб.}$$

5) Сколько килограммов чая ценой по 60 руб. было продано?

$$240 \text{ руб.} : 15 \text{ руб.} = 16 \text{ (кг).}$$

6) Сколько килограммов чая ценой по 45 руб. было продано магазином?

$$20 \text{ кг} - 16 \text{ кг} = 4 \text{ кг.}$$

Проверка.

$$1) 60 \text{ руб.} \cdot 16 + 45 \text{ руб.} \cdot 4 = 960 \text{ руб.} + 180 \text{ руб.} = 1140 \text{ руб.}$$

$$2) 57 \text{ руб.} \cdot 20 = 1140 \text{ руб.}$$

Ответ. 4 кг и 16 кг.

303. Учащиеся купили 30 билетов в театр. Одни билеты стоили 2 руб., а другие 3 руб. 50 коп. каждый. Сколько билетов куплено по 2 руб. и сколько по 3 руб. 50 коп., если средняя цена билета оказалась 3 руб.?

304. В совхозе с двух участков общей площадью 180 га собрали 388 т пшеницы. На одном участке урожаем пшеницы был 20 ц с 1 га, а на другом $18 \frac{1}{2}$ ц. Определить площадь каждого участка.

305. Продавец ларька продал 3 сорта груш: по 6 руб., 5 руб. и 3 руб. 60 коп. за 1 кг. Всего груш было продано 60 кг на сумму 302 рубля. Груш 2-го и 3-го сорта было продано вместе столько, сколько продано груш 1-го сорта. Сколько было продано груш каждого сорта?

306. Велосипедист проехал часть пути со скоростью 18 км в час и другую часть со скоростью 13 км в час, затратив на весь путь $6 \frac{1}{4}$ часа. Обрато он ехал также $6 \frac{1}{4}$ часа, проезжая каждый час по 16 км. Какое расстояние велосипедист проехал со скоростью 18 км в час и какое расстояние со скоростью 13 км в час?

307. Смешали воду при 15°C с водой при 75°C и получили 150 л воды при температуре 29°C. Сколько было взято воды при температуре 15°C и сколько воды при температуре 75°C?

Решение.

1) Сколько тепла содержит смесь?

$$29 \cdot 150 = 4350 \text{ (б. кал).}$$

Предположим, что была взята вода при 15°C.

2) Сколько тепла содержит 150 л воды при 15°C?

$$15 \cdot 150 = 2250 \text{ (б. кал).}$$

3) На сколько больше тепла содержит смесь, чем 150 л воды при 15°C?

$$4350 - 2250 = 2100 \text{ (б. кал).}$$

4) На сколько больше тепла содержит 1 л воды при 75°C, чем 1 л воды при 15°C?

$$75 - 15 = 60 \text{ (б. кал).}$$

5) Сколько было взято воды при температуре 75°C?

$$2100 : 60 = 35 \text{ (л).}$$

6) Сколько было взято воды при температуре 15°C?

$$150 - 35 = 115 \text{ (л).}$$

Проверка. $\frac{75 \cdot 35 + 15 \cdot 115}{150} = \frac{2625 + 1725}{150} = 29.$

Ответ. 115 л; 35 л.

308. Смешали некоторое количество кипящей воды (100°C) с водой при температуре 15°C и получили 5 л воды при температуре 59°C. Сколько было взято кипящей воды?

309. Смешали воду при 40°C с водой при 60°C и получили 6 л воды при $51\frac{2}{3}$ °C. Сколько было взято воды при 40°C и сколько при 60°C?

310. Смешали 30-процентный раствор борной кислоты с 15-процентным и получили 450 г 20-процентного раствора. Сколько граммов каждого раствора было взято?

Решение.

1) $450 \cdot \frac{20}{100} = 90$ (г); 90 г чистой борной кислоты содержится в смеси.

2) $450 \cdot \frac{15}{100} = 67\frac{1}{2}$ (г); $67\frac{1}{2}$ г чистой борной кислоты содержится в 450 г 15-процентной кислоты.

3) $\frac{30}{100} - \frac{15}{100} = \frac{15}{100} = \frac{3}{20}$ (г); на $\frac{3}{20}$ г чистой борной кислоты содержится в 1 г 30-процентной кислоты больше, чем в 1 г 15-процентной кислоты.

4) $90 - 67 \frac{1}{2} = 22 \frac{1}{2}$ (г); на $22 \frac{1}{2}$ г содержится чистой кислоты больше в смеси, чем в 450 г 15-процентной.

5) $22 \frac{1}{2} : \frac{3}{20} = 150$ (г); 150 г было взято 30-процентной борной кислоты.

6) $450 - 150 = 300$ (г); 300 г было взято 15-процентной борной кислоты.

$$\text{Проверка. } 150 \cdot \frac{30}{100} + 300 \cdot \frac{15}{100} = 450 \cdot \frac{20}{100}; \quad 45 + 45 = 90.$$

Ответ. 150 г; 300 г.

311. Смешали 30-процентную серную кислоту с чистой водой и получили $1 \frac{1}{2}$ л 12-процентного раствора. Сколько было взято 30-процентного раствора и сколько воды?

312. Сколько надо взять 90-градусного спирта и сколько 25-градусного спирта, чтобы получить $18 \frac{1}{5}$ л 40-градусного спирта?

313. Сплавляли два слитка золота 750-й пробы и 900-й пробы и получили 500 г золота 840-й пробы. Сколько было взято золота 750-й пробы?

Решение.

1) Сколько чистого золота содержится в сплаве?

$$500 \cdot \frac{840}{1000} = 420 \text{ (г)}.$$

Предположим, что взяли 500 г золота 750-й пробы.

2) Сколько чистого золота содержится в 500 г 750-й пробы?

$$500 \cdot \frac{750}{1000} = 375 \text{ (г)}.$$

3) На сколько больше чистого золота содержится в 500 г сплава, чем в 500 г слитка 750-й пробы?

$$420 - 375 = 45 \text{ (г)}.$$

4) На сколько граммов чистого золота содержит 1 г золота 900-й пробы больше, чем 1 г 750-й пробы?

$$\frac{900}{1000} - \frac{750}{1000} = \frac{150}{1000} = \frac{3}{20}.$$

5) Каков вес слитка 900-й пробы?

$$45 : \frac{3}{20} = \frac{45 \cdot 20}{3} = 300 \text{ (г)}.$$

6) Каков вес слитка 750-й пробы?

$$500 - 300 = 200 \text{ (г)}.$$

Проверка. $200 \cdot \frac{3}{4} + 300 \cdot \frac{9}{10} = 500 \cdot \frac{21}{25}$; $150 + 270 = 420$.

Ответ. 200 г.

314. Сплавляли два слитка серебра, 810-й пробы и 925-й пробы, и получили 575 г серебра 880-й пробы. По сколько граммов взяли каждого серебра?

315. Сколько меди надо прибавить к 810 г золота 900-й пробы, чтобы получить золото 750-й пробы?

316. Сколько меди надо прибавить к 135 г серебра 900-й пробы, чтобы получить серебро 720-й пробы?

5. Задачи на повторение основных типов арифметических задач из программы I класса

317. В школьном питомнике пионеры вырастили саженцы акации. Для посадки на пришкольном участке было выделено $\frac{7}{20}$ всех саженцев; $\frac{3}{7}$ всех саженцев школа передала для озеленения завода, а остальные саженцы были переданы колхозу. Сколько всего саженцев акации вырастили пионеры, если колхоз получил на 145 саженцев меньше, чем завод?

318. В школьном питомнике пионеры вырастили саженцы клёна, дуба и липы. Саженцы клёна составляли $\frac{6}{25}$ всех саженцев, а оставшуюся часть саженцев составляли саженцы липы. Сколько всего саженцев вырастили пионеры, если саженцев липы было на 108 меньше, чем саженцев клёна?

319. Полеводческая бригада на участке в $73\frac{1}{2}$ га получила урожай в $1\frac{2}{3}$ раза больше установленного по плану, за что ей была выдана дополнительная оплата в размере $183\frac{3}{4}$ ц зерна, что составляло $\frac{1}{4}$ урожая, собранного сверх плана. Определить фактический урожай с 1 га.

320. Три покупателя купили $14\frac{1}{10}$ м материи. Второй покупатель купил на $2\frac{1}{2}$ м больше, чем первый, а третий на $1\frac{3}{5}$ м больше, чем второй. Сколько материи купил каждый покупатель?

У к а з а н и е. Приём решения таков же, как у задачи № 56.

321. В трёх ящиках было 207 кг сахара. Когда из всех ящиков сахара продали поровну, то в первом ящике осталось $25\frac{1}{2}$ кг, во втором $35\frac{1}{2}$ кг и третьем 38 кг. Сколько сахара было первоначально в каждом ящике?

322. Катер по течению реки шёл со скоростью $15\frac{1}{2}$ км в час, а против течения — со скоростью $8\frac{1}{2}$ км в час. Какова скорость катера в стоячей воде и какова скорость течения реки?

У к а з а н и е. Сумма искомых скоростей $15\frac{1}{2}$ км, а их разность $8\frac{1}{2}$ км.

323. В двух гаражах находится 270 автомашин. В одном из них в $1\frac{1}{2}$ раза больше машин, чем в другом. Сколько машин в каждом гараже?

У к а з а н и е. Приём решения таков же, как у задачи № 63.

324. Три колхоза имеют 3564 га земли. В первом колхозе имеется $\frac{1}{2}$, а во втором $\frac{1}{3}$ того числа гектаров земли, которое насчитывается в третьем колхозе. Сколько гектаров земли в каждом колхозе?

325. Два комбайна произвели уборку хлеба. Первый комбайн убрал $\frac{1}{15}$ того, что убрал второй. Сколько гектаров убрал каждый комбайн, если второй убрал на $12\frac{1}{4}$ га больше первого?

У к а з а н и е. Приём решения таков же, как у задачи № 70.

326. Разность между площадями двух участков леса $4\frac{2}{7}$ га; площадь одного участка составляет $\frac{1}{7}$ площади другого. Какова площадь каждого участка?

327. Колхоз засыпал $\frac{3}{8}$ всего овса в первый амбар, а остальной овёс — во второй. Когда из первого амбара взяли 20 ц, а из второго $41\frac{1}{2}$ ц, то в них осталось овса поровну. Сколько центнеров овса было засыпано в каждый амбар?

328. Вес сосновой шпалы $27\frac{4}{5}$ кг, а дубовой $45\frac{1}{2}$ кг. Вес 10 доставленных шпал равен $384\frac{1}{5}$ кг. Сколько среди этих шпал сосновых и сколько дубовых?

329. На 3 одинаковых пальто и 5 одинаковых костюмов пошло $31\frac{3}{4}$ м материи. Сколько материи пошло на каждое пальто и на каждый костюм, если на костюм идёт материи на $\frac{3}{4}$ м больше, чем на пальто?

У к а з а н и е. Приём решения таков же, как у задачи № 96.

330. Турист ехал $3\frac{1}{2}$ часа на подводе и $2\frac{3}{4}$ часа шёл пешком; всего вместе (на подводе и пешком) он сделал $45\frac{5}{8}$ км.

Какова скорость передвижения на подводе и пешком, если на подводе он проезжал в час на 5 км больше, чем проходил пешком?

331. Самовар, поднос и ложка весят $6\frac{1}{4}$ кг. Сколько весит каждая вещь, если самовар в 32 раза тяжелее подноса, а поднос в 3 раза тяжелее ложки?

У к а з а н и е. Приём решения таков же, как у задачи № 103.

332. $3\frac{1}{2}$ куб. м берёзовых и $2\frac{1}{2}$ куб. м сосновых дров весят $3\frac{18}{25}$ т, а $4\frac{1}{2}$ куб. м берёзовых и 5 куб. м сосновых дров весят $5\frac{16}{25}$ т. Сколько весит 1 куб. м берёзовых и сколько 1 куб. м сосновых дров?

333. Из пунктов А и Б выходят одновременно два поезда навстречу друг другу; скорость поезда, вышедшего из А, $48\frac{4}{5}$ км в час, а вышедшего из Б, $52\frac{1}{2}$ км в час. Каково будет расстояние между поездами через $3\frac{3}{4}$ часа, если расстояние от А до Б 690 км?

334. Из А вышел товарный поезд, делающий в час по $32\frac{5}{8}$ км; через 1 час 58 мин. из А вслед за первым поездом вышел второй поезд, догнавший первый спустя 8 час. 42 мин. после своего выезда. Сколько километров в час проходил второй поезд?

335. Скорый поезд проходит $187\frac{1}{2}$ км за 3 часа, а товарный поезд 288 км за 6 час. Через $7\frac{1}{4}$ часа после выхода товарного поезда по тому же направлению отправляется скорый. Через сколько времени он догонит товарный поезд?

336. Из колхоза в город выехал велосипедист, а через 1 час 15 мин. по тому же направлению из колхоза отправился мотоциклист. Мотоциклист ехал со скоростью 32 км в час, а скорость велосипедиста в час составляла $\frac{3}{8}$ скорости мотоциклиста. На каком расстоянии от колхоза мотоциклист догнал велосипедиста?

337. Из колхоза в город вышла грузовая машина, а через 40 мин. по тому же направлению из колхоза вышла легковая машина. Легковая машина шла со скоростью 42 км в час, а скорость грузовой машины в час составляла $\frac{6}{7}$ скорости легковой машины. На каком расстоянии от колхоза легковая машина догнала грузовую?

338. Моторная лодка прошла 46 км по течению реки за 3 часа, затратив $\frac{1}{9}$ часть этого времени на остановки. Скорость течения реки $1\frac{3}{4}$ км в час. Сколько километров пройдёт эта лодка в стоячей воде за 2 часа?

339. Если из имеющегося полотна взять на каждую наволочку по $1\frac{1}{4}$ м, то останется $\frac{4}{5}$ м полотна; если же употребить на каждую наволочку по $1\frac{1}{2}$ м, то полотна останется $\frac{3}{10}$ м. Сколько было полотна?

У к а з а н и е. Приём решения таков же, как у задачи № 76.

340. Если из куска меди будут делать кофейники весом по $\frac{9}{20}$ кг каждый, то нехватит $\frac{2}{5}$ кг меди; если из того же куска будут делать столько же кофейников весом по $\frac{3}{8}$ кг каждый, то меди останется $\frac{1}{2}$ кг. Сколько килограммов весит кусок меди?

341. Продано 25 одинаковых билетов в мягкие вагоны и 60 одинаковых билетов в жёсткие, всего на 4125 руб. Билет в жёлтый вагон стоил на $24\frac{3}{4}$ руб. дешевле, чем в мягкий. Сколько стоил билет в жёсткий вагон и сколько в мягкий?

342. Три грузовика различной грузоподъёмности могут перевести некоторый груз, работая отдельно: 1-й — за 10 часов, 2-й — за 12 часов и 3-й — за 15 часов. За сколько часов они могут перевести тот же груз, работая совместно?

Решение. Примем вес груза, подлежащего перевозке, за 1.

1) Какую часть груза перевозит каждый грузовик за 1 час работы?

$1 : 10 = \frac{1}{10}$; $\frac{1}{10}$ всего груза перевезёт 1-й грузовик за 1 час.

$1 : 12 = \frac{1}{12}$; $\frac{1}{12}$ всего груза перевезёт 2-й грузовик за 1 час.

$1 : 15 = \frac{1}{15}$; $\frac{1}{15}$ всего груза перевезёт 3-й грузовик за 1 час.

2) Какую часть груза перевезут три грузовика, работая совместно, за 1 час?

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{12} + \frac{1}{15} = \frac{15}{60} = \frac{1}{4}.$$

3) За сколько часов три грузовика, работая совместно, перевезут весь груз?

$$1 : \frac{1}{4} = 4 \text{ (часа)}.$$

Ответ. За 4 часа.

343. Пассажирский поезд проходит расстояние между двумя городами за 10 час., а товарный это расстояние проходит за 15 час. Оба поезда выехали одновременно из этих городов навстречу друг другу. Через сколько часов после их выезда они встретятся?

344. Двум тракторным бригадам надо произвести вспашку поля. Одна первая бригада вспашет это поле за 45 дней, а одна вторая — за 30 дней. За сколько дней вспашут это поле две тракторные бригады, работая совместно?

345. Из двух станций выходят одновременно навстречу друг другу два поезда; первый поезд проходит расстояние между этими станциями в $12\frac{1}{2}$ часа, а второй в $18\frac{3}{4}$ часа. Через сколько часов после выхода поезда встретятся?

346. Двое рабочих взялись закончить некоторую работу в 16 дней. После четырёх дней совместной работы первый рабочий был переведён на другую работу, после чего второй, работая

одна, закончил остальную работу в 36 дней. Во сколько дней каждый из них, работая один, мог бы выполнить эту работу?

347. Два насоса, работая совместно, могут наполнить водоём за 10 час. После четырёхчасовой работы первый насос был остановлен, а второй насос наполнил оставшуюся часть водоёма за 18 час. Во сколько часов каждый из насосов, работая один, мог бы наполнить водоём?

348. Шесть тракторов должны были закончить пахоту за 8 дней. Через 2 дня МТС прислала в колхоз для работы трактора. Во сколько дней была закончена оставшаяся работа при одинаковой производительности всех тракторов?

349. Одна бригада может выполнить некоторую работу за 12 часов, другая ту же работу — в полтора раза скорее, а третья — так же, как и вторая. Во сколько времени могут выполнить эту работу все три бригады, работая вместе?

350. Бассейн наполняется первой трубой за 5 час., а через вторую трубу он может быть опорожнен за 6 час. Через сколько часов будет наполнен весь бассейн, если одновременно открыли обе трубы?

Указание. За 1 час бассейн наполняется на $\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right)$ своей ёмкости.

351. Два трактора вспахали поле за 6 час. Первый трактор, работая один, мог бы вспахать поле за 15 час. За сколько часов вспахал бы это поле второй трактор, работая один?

352. Из двух станций выходят одновременно навстречу друг другу два поезда и встречаются через 18 час. после своего выхода. За сколько времени второй поезд проходит расстояние между станциями, если первый поезд проходит это расстояние в 1 сутки 21 час?

353. Первая бригада может выполнить некоторую работу в 7 дней, а вторая бригада ту же работу может выполнить в 8 дней. Сначала приступила к работе первая бригада, а через 2 дня к ней присоединилась вторая бригада. Во сколько времени была выполнена работа?

354. В колхозе собрали урожай ржи с трёх участков земли.

Площадь первого участка составляет $\frac{5}{24}$ площади трёх участков, вместе взятых; площадь третьего участка составляет $\frac{3}{5}$

остальной площади. Площадь второго участка меньше площади третьего участка на $9\frac{1}{2}$ га. Урожай ржи с трёх гектаров, взя-

тых по одному гектару от каждого из трёх участков, равен $61\frac{3}{4}$ ц,

причём урожай с одного гектара первого участка на $2\frac{1}{4}$ ц мень-

ше урожая с одного гектара второго участка и на $4\frac{3}{4}$ ц меньше урожая с одного гектара третьего участка. Каков урожай ржи получил колхоз с первого участка земли?

Решение с пояснением. Для того чтобы найти урожай ржи на первом участке, необходимо знать величину площади первого участка и урожай ржи с одного гектара первого участка. Эти величины находятся на основании данных задачи.

$$1) 1 - \frac{5}{24} = \frac{19}{24}; \quad \frac{19}{24} \text{ всей площади составляет площадь второго и третьего полей вместе.}$$

$$2) \frac{19}{24} \cdot \frac{3}{5} = \frac{19}{40}; \quad \frac{19}{40} \text{ всей площади составляет площадь третьего участка.}$$

$$3) \frac{19}{24} - \frac{19}{40} = \frac{19}{60}; \quad \frac{19}{60} \text{ всей площади составляет площадь второго участка.}$$

$$4) \frac{19}{40} - \frac{19}{60} = \frac{19}{120}; \quad \frac{19}{120} \text{ всей площади составляет } 9\frac{1}{2} \text{ га.}$$

$$5) 9\frac{1}{2} : \frac{19}{120} = 60 \text{ (га); } 60 \text{ га составляет площадь трёх участков.}$$

$$6) 60 \cdot \frac{5}{24} = 12\frac{1}{2} \text{ (га); } 12\frac{1}{2} \text{ га составляет площадь первого участка.}$$

$$7) 61\frac{3}{4} - 2\frac{1}{4} - 4\frac{3}{4} = 54\frac{3}{4} \text{ (ц); } 54\frac{3}{4} \text{ ц ржи было получено с } 3 \text{ га первого поля.}$$

$$8) 54\frac{3}{4} : 3 = 18\frac{1}{4} \text{ (ц); } 18\frac{1}{4} \text{ ц ржи дал в среднем каждый гектар первого участка.}$$

Ответ. $18\frac{1}{4}$ ц ржи.

355. В швейную мастерскую доставили в первый раз $\frac{5}{7}$ всего потребного сатина, во второй $\frac{1}{4}$ остатка, а в третий — остальные 84 м. Из всего полученного сатина мастерская сшила 117 платьев и рубашек. На каждое платье пошло 4 м сатина, а на каждую рубашку 3 м. Сколько было сшито в отдельности платьев и рубашек?

356. Кусок серебра весом в $2\frac{1}{2}$ кг 800-й пробы сплавляли с другим куском серебра весом в $1\frac{1}{2}$ кг 720-й пробы и из полу-

ченного сплава сделали 3 вазы. Определить пробу ваз и вес каждой вазы, если известно, что вес первой вазы составляет $\frac{1}{5}$ веса второй, а вес третьей вазы составляет $\frac{4}{5}$ веса второй.

357. Комбайнер произвёл уборку урожая пшеницы с участка за 3 дня. В первый день он убрал урожай с $\frac{5}{18}$ всей площади участка, во второй день — с $\frac{7}{13}$ оставшейся площади и в третий день — с остальной площади в $30\frac{1}{2}$ га. В среднем с каждого гектара собрано 20 ц пшеницы. Сколько пшеницы было собрано на всём участке?

358. Автомобиль прошёл в первый день $\frac{3}{8}$ всего пути, во второй $\frac{15}{17}$ того, что прошёл в первый, и в третий день остальные 200 км. Сколько всего было израсходовано бензина, если на 5 км пути автомобиль расходует $\frac{4}{5}$ кг бензина?

359. Город состоит из четырёх районов. В первом районе живёт $\frac{4}{13}$ всех жителей города, во втором районе $\frac{5}{6}$ числа жителей первого района, в третьем $\frac{4}{11}$ числа жителей первых двух районов, вместе взятых, а в четвёртом районе живёт 18 000 человек. Сколько хлеба требуется всему населению города на 3 дня, если в среднем один человек потребляет 500 г в день?

360. Колхоз засеял $\frac{5}{17}$ всей площади своей пашни озимыми хлебами, $\frac{2}{3}$ остальной площади яровыми хлебами, а остальную площадь — 80 га оставил под паром. Осенью рожью было засеяно на 20 га больше, чем пшеницей. Сколько гектаров пашни было засеяно осенью пшеницей и сколько — рожью?

361. Колхоз собрал урожай пшеницы и ржи. Известно, что пшеницей было засеяно на 20 га больше, чем рожью, а общий сбор ржи составил $\frac{5}{6}$ всего сбора пшеницы, при урожайности в 20 ц с 1 га как для пшеницы, так и для ржи. $\frac{4}{11}$ всего сбора пшеницы и ржи колхоз оставил для удовлетворения своих нужд, а остальной хлеб продал государству. Сколько потребовалось совершить рейсов двухтонным машинам для вывоза проданного государству хлеба?

362. На хлебозавод привезли ржаную и пшеничную муку. Вес пшеничной муки составил $\frac{3}{5}$ веса ржаной муки, причём последней было привезено на 4 т больше, чем пшеничной. Сколько пшеничного хлеба и сколько ржаного хлеба будет выпечено хлебозаводом, если считать, что припёк хлеба составляет $\frac{2}{5}$ веса муки?

363. Поезд составлен из двухосных и четырёхосных вагонов. Число всех вагонов 41, а число осей 104. В вагоны погружено $1035\frac{1}{2}$ т зерна. Сколько погружено зерна в каждый двухосный и в каждый четырёхосный вагон, если во все четырёхосные вагоны было погружено на $75\frac{1}{2}$ т больше, чем в двухосные?

364. Четверо товарищей купили парусную лодку. Первый внёс половину суммы, внесённой остальными, второй $\frac{1}{3}$ суммы, внесённой тремя остальными, третий $\frac{1}{4}$ суммы, внесённой остальными, а четвёртый 130 рублей. Сколько стоит лодка и сколько внёс каждый?

Указание. Примем, что первый внёс одну единицу, тогда остальные внесли 2 единицы, а стоимость лодки составит 3 единицы. Следовательно, первый внёс $\frac{1}{3}$ стоимости лодки. Рассуждая аналогично, получим, что второй внёс $\frac{1}{4}$ стоимости лодки,

и т. д.

В различных сборниках арифметических задач встречаются следующие исторические задачи:

365. Араб, умирая, оставил в наследство трём своим сыновьям 17 верблюдов. Первый сын согласно завещанию должен получить $\frac{1}{2}$ всего количества верблюдов, второй $\frac{1}{3}$ и третий $\frac{1}{9}$. Сыновья не могли разделить наследства, а потому обратились к другу отца — старому арабу, с просьбой помочь им разделить наследство. Старый араб, приехав на верблюде, поставил его в табун верблюдов и стал делить, считая, что отец оставил сыновьям 18 верблюдов. Первый сын получил $\frac{1}{2}$ всех верблюдов, т. е. 9 верблюдов, второй $\frac{1}{3}$, т. е. 6 верблюдов и третий $\frac{1}{9}$, т. е. 2 верблюда. Оставшегося верблюда он уводит с собой.

Как объяснить, что каждый из сыновей получил больше, чем было назначено, и почему старый араб прибег к такому способу дележа?

366. Собака преследует косулю, которая находится от собаки на расстоянии 40 своих прыжков. Собака делает 7 прыжков в то время, в какое косуля делает их 5, но 4 прыжка собаки равны по длине 3 прыжкам косули. Сколько прыжков придётся сделать собаке, чтобы догнать косулю?

367. Человек купил коня за 156 руб., а потом раздумал и начал отдавать коня обратно, говоря, что цена его слишком высока. Продавец тогда предложил купить только гвозди в подковах коня (4 подковы), а самого коня подарить покупателю. За гвозди же продавец назначил такую цену: за первый гвоздь полушку ($\frac{1}{4}$ коп.), за второй гвоздь две полушки ($\frac{1}{2}$ коп.), за третий гвоздь 1 коп. и так далее. В каждой подкове было 6 гвоздей. Покупатель согласился. Какую сумму ему пришлось бы уплатить за гвозди?

III КЛАСС

ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ

Сложение и вычитание десятичных дробей на счётках

368. Сложение и вычитание десятичных дробей на счётках производится так же, как и над целыми числами, начиная с единиц высших разрядов.

Пример 1. Сложить $735,693 + 89,3489$. Откладываем справа налево первое слагаемое на 7-й, 6-й, 5-й, 4-й, 3-й и 2-й проволоках, а второе слагаемое — с 6-й проволоки по 1-ю. Прибавить к 3 косточкам на 6-й проволоке 8 косточек нельзя, а потому прибавляем к 7 на 7-й проволоке 1 косточку как 1 десяток и сбрасываем с 6-й проволоки (10—8) косточек, или 2 косточки. К 5 косточкам (на 5-й проволоке) прибавить 9 косточек нельзя. Прибавляем к косточкам 6-й проволоки 1 косточку и уменьшаем число косточек на 5-й проволоке на (10—9) косточек, или на одну косточку; на 5-й проволоке остаётся 4 косточки. Прибавляем к 6 косточкам 4-й проволоки 3 косточки (десяток), получаем 9 десятых. К 9 сотым на 3-й проволоке прибавить 4 косточки (сотые) нельзя. Прибавляем к 9 косточкам на 4-й проволоке 1 косточку и уменьшаем число косточек на третьей проволоке на (10—4) косточек. На 3-й проволоке остаётся 3 косточки. На 4-й проволоке получились 10 косточек. Сбрасываем десяток косточек с 4-й проволоки и прибавляем одну косточку к 4 косточкам на 5-й проволоке. К 3 косточкам на 2-й проволоке прибавить 8 косточек (тысячных) нельзя. Прибавляем к косточкам на 3-й проволоке 1 косточку и сбрасываем со второй проволоки (10—8), или 2 косточки. На второй проволоке остаётся 1 косточка тысячных долей. 1-я проволока свободна, откладываем на ней 9 косточек (десятичные).

Пример 2. Произвести вычитание следующих чисел: $125,864 - 78,985$. Откладываем на 7-й, 6-й, 5-й, 4-й, 3-й и 2-й проволоках уменьшаемое. Вычитание начинаем с единиц высшего разряда. Из 2 косточек на 6-й проволоке вычесть 7 нельзя, сбрасываем косточку с 7-й проволоки и на 6-ю проволоку прибавляем разность (10—7), или 3 косточки. Теперь на 6-й проволоке — 5 косточек. Из 5 косточек 5-й проволоки вычесть 8 косточек нельзя. Сбрасываем одну косточку с 6-й проволоки и прибавляем к косточкам 5-й проволоки (10—8), или 2 косточки. Из 8 косточек на 4-й проволоке вычесть 9 косточек (десятые) нельзя. Сбрасываем одну косточку с 5-й проволоки и увеличиваем число косточек на 4-й проволоке на (10—9), или на 1 косточку. От 6 косточек на 3-й проволоке вычесть 8 косточек нельзя. Сбрасываем одну косточку с 4-й проволоки и увеличиваем число косточек на 3-й проволоке на (10—8), или на 2 косточки. Из 4 косточек на 2-й проволоке нужно вычесть 5 косточек, как и выше, с 3-й проволоки сбрасываем одну косточку и увеличиваем число косточек на 2-й проволоке на (10—5), или на 5 косточек.

На счётках старого образца, если десятичные дроби имеют только два десятичных знака, десятые и сотые доли откладываются на 2-й и 1-й проволоках.

369. Решить примеры.

Произведите сложение на счётах:

а) 8,88	б) 5,74	в) 13,78	г) 7,200	д) 0,0347
9,99	9,99	26,10	0,992	0,5635
43,41	4,25	0,85	0,502	0,1112
97,71	6,14	3,99	0,461	0,5653
1,01	3,88	5,38	0,838	0,2734

370. а) 4331,74 руб. б) 101 344,40 руб.

1963,28 »	1206,16 »
9153,74 »	13 752,56 »
91 662,46 »	1134,06 »
101 449,98 »	16 012,17 »
255 175,24 »	40,40 »
	21 341,78 »

371. Произведите вычитание на счётах:

а) 1,8 — 0,9	б) 2,79 — 1,25	в) 2,64 — 1,75
1,6 — 0,8	3,48 — 1,16	7,85 — 2,97
1,2 — 0,4	24,75 — 12,13	3,48 — 1,74
1,6 — 0,9	124,58 — 113,42	18,31 — 9,65
1,4 — 0,6	3,45 — 1,56	

372. а) 1) 125,864 — 78,985 б) 1) 12,0001 — 0,1405

2) 1235,971 — 838,796	2) 480,0015 — 2,5175
3) 480,005 — 0,025	3) 100,0025 — 0,0150
4) 2000,405 — 1,231	4) 50,0816 — 0,1328
5) 801,000 — 0,038	5) 45,0022 — 0,2341

373. На 1 кв. м асфальтового тротуара требуется асфальта 40 кг, гудрона 2,4 кг, гравия 0,1 куб. м и дров 0,4 куб. м. Сколько потребуется названных выше материалов для тротуара шириной 2,7 м и длиной 795 м?

Пояснение. Производственному вычисление легче произвести, составив вспомогательную таблицу:

	Асфальта	Гудрона	Гравия	Дров
На 1 кв. м	40 кг	2,4 кг	0,1 куб. м.	0,4 куб. м.
» 2 » »	80 »	4,8 »	0,2 » »	0,8 » »
» 3 » »	120 »	7,2 »	0,3 » »	1,2 » »
» 4 » »	160 »	9,6 »	0,4 » »	1,6 » »
» 5 » »	200 »	12,0 »	0,5 » »	2,0 » »
» 6 » »	240 »	14,4 »	0,6 » »	2,4 » »
» 7 » »	280 »	16,8 »	0,7 » »	2,8 » »
» 8 » »	320 »	19,2 »	0,8 » »	3,2 » »
» 9 » »	360 »	21,6 »	0,9 » »	3,6 » »

Площадь тротуара $2,7 \cdot 795 = 2146,5$ (кв. м).

Асфальта потребуется на	5 кв. м	200 кг
»	60 » »	2400 »
»	400 » »	16000 »
»	1000 » »	40000 »
»	20000 » »	160000 »

Всего 218600 кг, или 218,6 т.

Гудрону потребуется на	5 кв. м	12 кг
»	60 » »	144 »
»	400 » »	960 »
»	1000 » »	2400 »
»	20000 » »	48000 »

Всего 51516 кг, или 51,516 т.

Также увеличивая в 10, 100 и т. д. раз помещённые в таблице данные, легко найти количество гравия и дров. Сложение обычно производится на счётах.

Такой способ вычисления, или калькуляции, применяется на практике там, где расчёты повторяются по одним и тем же нормам, рационам, выдачам на трудодни и т. п.

374. Вычислить, сколько нужно запасти силосных кормов для колхозной фермы, насчитывающей 356 дойных коров, на 175 дней при ежедневном отпуске на каждую корову: отрубей 0,4 кг, жмыхов 0,3 кг и муки 0,5 кг.

375. Выразить в миллионах тонн план заготовок и государственных закупок продуктов животноводства на 1954 г., данный в следующих количествах: мяса 4100 тыс. т в живом весе, молока 14 300 тыс. т, шерсти 230 тыс. т.

376. Выразить в миллиардах план заготовок яиц на 1954 г., определённый в количестве 4290 млн. шт.

377. Показать графически увеличение площадей многолетних и однолетних трав с 1954 г. по 1955 г. по следующим данным:

	1954 г.	1955 г.
	Площадь (млн. гектаров)	
Укосная площадь многолетних трав	13,6	16,0
Посев многолетних трав	10,0	12,0
Посев однолетних трав	5,6	6,2
Кормовые корнеплоды и кормовые бахчевые культуры	1,4	1,5
Силосные культуры	2,0	2,4

378. Пользуясь данными предыдущей задачи, вычислить, на сколько центнеров сена будет собрано в 1955 г. больше, чем в 1954 г., если урожайность с гектара повысится по многолетним травам с 24 ц до 27 ц и по однолетним травам с 22 ц до 24 ц.

379. Воды океанов и морей содержат золото, количество которого в среднем будет $10 \cdot 10^{-6}$ мг на 1 л воды. Подсчитайте при таком допущении вес всего золота, содержащегося в 1 куб. км.

380. Число молекул водорода, заключающегося в 1 куб. см при нормальном давлении и температуре 0°С равно $27 \cdot 10^{18}$. Какой длины получилась бы нить, составленная из всех молекул, вплотную приложенных одна к другой, если диаметр каждой молекулы принимать за 0,2 микрона?

381. Два тракториста должны были вспахать несколько гектаров земли. После того как первый вспахал 0,2, а второй 0,3 наметенного по плану числа гектаров, каждому осталось вспахать 168 га. Сколько гектаров земли должен был вспахать каждый?

382. В совхозе под пашней 0,625 земли, занятой лугами и лесом; под лугами 0,4 земли, занятой лесом; под лесом на 74,4 га земли больше, чем под лугами. Сколько гектаров всей земли в совхозе?

Решить задачу двумя способами.

383. За три книги заплатили 44,28 рубля. Стоимость второй книги равна 0,8 стоимости первой книги, а стоимость третьей книги равна 0,5 стоимости первых двух книг вместе. Сколько заплатили за каждую книгу?

Решение. Примем стоимость первой книги за условную единицу. Тогда стоимость второй книги равна 0,8 этой единицы, а стоимость третьей книги 0,5 суммы первых двух, т. е. $(1 + 0,8) \times 0,5 = 0,9$. Стоимость трёх книг в условных единицах равна $1 + 0,8 + 0,9 = 2,7$. Стоимость первой книги, принятая за единицу, равна: $44,28 \text{ руб.} : 2,7 = 16,4 \text{ руб.}$, стоимость второй $16,4 \text{ руб.} \cdot 0,8 = 13,12 \text{ руб.}$ и стоимость третьей $16,4 \text{ руб.} : 0,9 = 14,76 \text{ руб.}$

Решите предложенную задачу другим способом, приняв стоимость первых двух книг за условную единицу.

384. Книга в переплёте стоит 9,6 руб. Цена переплёта составляет 0,2 цены книги. Сколько стоят книга и переплёт в отдельности?

385. Определить число гектаров земли в колхозе, если известно, что 0,48 всей земельной площади занято пашней, $\frac{5}{13}$ остатка — огородами, 0,375 нового остатка — лугами, а остальные 64,4 га заняты лесом.

Решение. Примем число гектаров всей земли в колхозе за единицу; тогда под пашней 0,48 единицы, а под прочими угодьями $1 - 0,48 = 0,52$ условной единицы; над огородами $\frac{5}{13}$ остатка, т. е.

$\frac{0,5}{13} \cdot 5 = 0,2$ условной единицы. Новый остаток $0,52 - 0,2 = 0,32$;

под сенокосом 0,375 нового остатка, т. е. $0,32 \cdot 0,375 = 0,12$ условной единицы. Под лесом будет $0,32 - 0,12 = 0,2$ условной едини-

ды. Так как 0,2 условной единицы равно 64,4 га, то, чтобы найти площадь всей земли, надо по части найти целое:

$$64,4 \text{ га} : 0,2 = 322 \text{ га.}$$

Проверить решение задачи.

386. Сначала рабочий взял по сберегательной книжке 0,125 всех денег, потом 0,25 остатка, затем 0,4 нового остатка, после чего на книжке осталось 1890 руб. Сколько денег было у рабочего на сберегательной книжке первоначально?

387. Найти два числа, сумма которых 74,25, а частное 7,5.

Решение. Примем меньшее число за условную единицу, тогда большее число будет в 7,5 раза больше условной единицы, а вся сумма будет равна $1 + 7,5 = 8,5$ условных единиц. На одну условную единицу приходится $65,25 : 8,5 = 8,7$ (меньшее число). Большее число равно $74,25 - 8,7 = 65,25$.

388. Найти два числа, сумма которых 11,25, а частное 3,5.

389. За две книги заплатили 13,75 руб.; одна книга дороже другой в 4,5 раза. Какова стоимость каждой книги?

390. Найти два числа, разность которых 5,04, а частное 2,4.

Решение. Частное показывает, что одно число больше другого в 2,4 раза. Примем меньшее число за 1 условную единицу, тогда во втором числе таких условных единиц в 2,4 раза больше, или $1 \cdot 2,4 = 2,4$. Разность искомых чисел в условных единицах $2,4 - 1 = 1,4$. Следовательно, на 1 условную единицу приходится $5,04 : 1,4 = 3,6$ (меньшее число). Большее число равно $5,04 + 3,6 = 8,64$.

391. Разность двух чисел 7, частное их 3,5. Найти эти числа.

392. Букварь в 2,8 раза дешевле хрестоматии, а хрестоматия на 2,25 рубля дороже букваря. Сколько стоят букварь и хрестоматия вместе?

393. Если бы туристы прошли сначала 0,24, а потом $\frac{1}{3}$ всего пути, то им осталось бы 0,5 всего пути без 10,56 км. Сколько километров пути должны были пройти туристы?

394. Когда экскурсанты прошли 0,36 всего пути и 0,2 оставшейся после этого части пути, им осталось идти на 7,2 км больше, чем они прошли. Сколько километров должны были пройти экскурсанты?

395. Книга была прочитана мной в 3 дня: в первый день я прочитал 0,125 всей книги и $\frac{1}{7}$ остатка; во второй день 0,125 того, что осталось, и ещё $\frac{1}{7}$ нового остатка. В третий день я закончил чтение, прочтя на 126 страниц больше, чем во второй. Сколько страниц в книге?

396. Когда фабрика предоставила отпуск 0, (3) всех рабочих и ещё 4 рабочим, то на фабрике осталось 0,4 всех рабочих и ещё 16 человек. Сколько рабочих было на фабрике?

397. Школьник прочитал книгу за 3 дня. В первый день он прочитал $\frac{1}{5}$ часть и ещё 16 страниц, во второй день $\frac{3}{10}$ остатка и ещё 20 страниц, в третий день 0,75 нового остатка и последние 30 страниц. Сколько страниц в книге?

398. Колхозник продал картофель трём покупателям: первому 0,25 его и ещё 10 кг, второму $\frac{5}{11}$ остатка и ещё 10 кг, а третьему последние 50 кг. Сколько картофеля продал колхозник?

399. Два тракториста, работая одновременно, могут вспахать поле в 4 дня. Некоторое время они работали вместе, один вспахал $\frac{2}{9}$, другой $\frac{4}{9}$ всего поля; после этого первого тракториста перевели на другое поле. Во сколько времени второй тракторист закончил пахоту поля?

Решение. Второй тракторист работал в $\frac{4}{9} : \frac{2}{9}$, или в 2 раза быстрее первого. Оба тракториста в один день вспахали $1 : 4 = \frac{1}{4}$ (поля); второй вспахивал в день $(\frac{1}{4} : 3) \cdot 2$, или $\frac{1}{6}$ всего поля. Второй закончил работу поля в $(1 - \frac{2}{9} - \frac{4}{9}) : \frac{1}{6}$, или в 2 дня.

400. Для рытья котлована доставлено 3 экскаватора. Ковш первого экскаватора в 1,5 раза больше ковша второго экскаватора, а ковш второго экскаватора в 2 раза больше ковша третьего. Во сколько дней можно вырыть котлован, работая двумя первыми экскаваторами, если, работая на трёх экскаваторах, выполняют такую работу в 7,5 дней?

401. За две книги уплатили 43,5 рубля. Сколько стоит каждая книга, если 0,6 стоимости первой книги равны 0,9 стоимости второй?

1-е решение. Если 0,6 стоимости первой книги равны 0,9 стоимости второй, то полная стоимость первой книги равна $0,9 : 0,6 = 1,5$ стоимости второй книги, принятой за 1. Вся сумма 43,5 руб. складывается из $1 + 1,5 = 2,5$ (условных единиц). На одну условную единицу приходится

$$43,5 \text{ руб.} : 2,5 = 17,4 \text{ руб. (цена второй книги).}$$

$$17,4 \text{ руб.} \cdot 1,5 = 26,1 \text{ руб. (цена первой книги).}$$

2-е решение. Из условия, что 0,6 стоимости первой книги равны 0,9 стоимости второй, следует, что на каждые 6 коп. стои-

мости одной книги приходится 9 коп. стоимости другой. Узнаем, сколько раз по (6 коп. + 9 коп.) содержатся в 43,5 руб.

$$43,5 \text{ руб.} : 15 \text{ коп.} = 290 \text{ (раз).}$$

Стоимость одной книги 6 коп. $\times 290 = 17$ руб. 40 коп. и стоимость другой 9 коп. $\times 290 = 26$ руб. 10 коп. Так как меньшая часть первой книги (0,6) по стоимости равна большей части (0,9) другой, то первая книга дороже второй.

402. Двое имели 280 рублей. Когда первый истратил 0,75, а второй 0, (6) своих денег, у них осталось денег поровну. Сколько денег было у каждого?

Решение. Приняв количество денег каждого за одну условную единицу, найдём, что у первого осталось $1 - 0,75 = 0,25$, а у второго $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$; следовательно, $0,25$ суммы денег одного равны $\frac{1}{3}$ денег другого. Далее задача решается, как предыдущая.

403. В двух бассейнах налита вода. $0,25$ количества воды первого бассейна и $0,1$ количества воды второго бассейна составляют 97,5 вёдер, а $0,1$ (6) количества воды первого бассейна и $0,1$ (3) количества воды второго составляют 90 вёдер. Сколько вёдер воды содержится в каждом бассейне?

Решение. Преобразования: $0,25 = \frac{1}{4}$; $0,1 = \frac{1}{10}$; $0,1$ (6) = $\frac{1}{6}$ и $0,1$ (3) = $\frac{2}{15}$.

Краткая запись:

$\frac{1}{4}$ 1-го басс.	$\frac{1}{10}$ 2-го басс.	97,5 вёд.	
$\frac{1}{6}$ 1-го басс.	$\frac{2}{15}$ 2-го басс.	90 вёд.	$1 \frac{1}{2}$

Во сколько раз нужно увеличить $\frac{1}{6}$ количества воды 2-го бассейна, чтобы уравнивать с $\frac{1}{4}$ количества воды 1-го бассейна?

$\frac{1}{4} : \frac{1}{6} = \frac{3}{2} = 1 \frac{1}{2}$. Увеличиваем данные второй строки в $1 \frac{1}{2}$ раза.

$$\frac{1}{6} \cdot 1 \frac{1}{2} = \frac{1}{4}; \quad \frac{2}{15} \cdot 1 \frac{1}{2} = \frac{1}{5}; \quad 90 \text{ вёд.} \cdot 1 \frac{1}{2} = 135 \text{ вёд.}$$

$$\frac{1}{4} \text{ 1-го басс.} \quad \left| \quad \frac{1}{10} \text{ 2-го басс.} \quad \right| \quad 97,5 \text{ вёд.}$$

$$\frac{1}{4} \text{ 1-го басс.} \quad \left| \quad \frac{1}{5} \text{ 2-го басс.} \quad \right| \quad 135 \text{ вёд.}$$

$$\frac{1}{5} - \frac{1}{10} = \frac{1}{10}; \quad 135 \text{ вёд.} - 97,5 \text{ вёд.} = 37,5 \text{ вёд.}$$

$$37,5 \text{ вёд.} : \frac{1}{10} = 375 \text{ вёд. (вместимость 2-го басс.)}$$

404. В 3,5 г семян дыни и 2,5 г семян арбуза насчитывается 241 семечко, а в 2,5 г семян дыни и 3,5 г семян арбуза тех же сортов насчитывается 251 семечко. Сколько насчитывается семян дыни и арбуза в отдельности в одном грамме?

405. Два пионеротряда отправили в район лесонасаждения две посылки семян акаций и дуба. Первый собрал для этого 0,5 отпавленных желудей и 0,6 семян акаций, всего 15 кг, а второй остальные 12,5 кг семян. Сколько килограммов семян дуба и акации в отдельности собрал для отправки каждый пионеротряд?

406. Детская столовая заготовила ягод и сахара общим весом 49,5 кг. Когда из $\frac{6}{7}$ всех ягод и 0,96 сахару сварили варенье, то

ягод и сахару вместе осталось 4,5 кг. Сколько килограммов ягод и сахару в отдельности заготовила детская столовая?

407. В одном ящике 23,8 кг крупы, а в другом 4,2 кг. Сколько раз надо добавить в каждый ящик по 0,4 кг крупы, чтобы в первом ящике стало в 3 раза больше крупы, чем во втором?

Р е ш е н и е. Примем количество крупы, которое стало во втором ящике, за 1 часть после того, когда туда всыпали несколько раз по 0,4 кг, тогда количество крупы в первом ящике стало равно 3 таким частям. Разность в частях равна 2. Так как каждый раз в тот и другой ящик клали поровну (по 0,4 кг), то разность между тем числом килограммов, которое было, и тем числом килограммов, которое стало, остаётся неизменной. Следовательно, 2 части равны: $23,8 \text{ кг} - 4,2 \text{ кг} = 19,6 \text{ кг}$. Одна часть в 2 раза меньше, или $19,6 \text{ кг} : 2 = 9,8 \text{ кг}$. Сколько килограммов стало во втором ящике после прибавления несколько раз по 0,4 кг? Сколько килограммов крупы добавлено во второй ящик?

$9,8 \text{ кг} - 4,2 \text{ кг} = 5,6 \text{ кг}$. Сколько раз добавляли по 0,4 кг в каждый ящик? $5,6 \text{ кг} : 0,4 \text{ кг} = 14$ (раз).

$$\text{Проверка. } 23,8 \text{ кг} + 0,4 \text{ кг} \cdot 14 = 29,4 \text{ кг}$$

$$4,2 \text{ кг} + 0,4 \text{ кг} \cdot 14 = 9,8 \text{ кг}$$

$$29,4 \text{ кг} : 9,8 \text{ кг} = 3 \text{ (раза)}$$

408. В одной бочке 49,5 л кваса, а в другой 22,5 л. Сколько раз можно взять из каждой бочки по 0,5 л, чтобы в первой бочке осталось в 4 раза больше, чем во второй?

409. На содержание 198 воспитанников детдома тратится ежедневно 2612,5 руб. Воспитанников старшего возраста в детдоме в 2,6 раза меньше, чем воспитанников младшего возраста, и содержание одного воспитанника старшего возраста обходится в 1,2 раза дороже содержания одного воспитанника младшего возраста. Сколько денег идёт на содержание воспитанника каждого возраста ежедневно?

Решение. Определим число воспитанников каждого возраста. Если принять условно число воспитанников младшего возраста за 1, тогда число воспитанников старшего возраста составляет $1 : 2,6 = \frac{5}{13}$ единицы. Общее число воспитанников детдома можно принять за $1 + \frac{5}{13}$, т. е. $1 \frac{5}{13}$ условной единицы. Отсюда, число воспитанников младшего возраста равно $198 : 1 \frac{5}{13} = 143$, а старшего $198 - 143 = 55$.

Определим, сколько денег идёт на содержание одного воспитанника каждого возраста. Так как содержание каждого воспитанника старшего возраста обходится в 1,2 раза дороже содержания младшего, заменим 55 воспитанников старшего возраста младшими: $55 \cdot 1,2 = 66$ (восп. мл. возраста). На 2612,5 руб. можно было бы содержать $143 + 66 = 209$ воспитанников младшего возраста. Расход на одного воспитанника младшего возраста 2612,5 руб. : 209 = 12,5 руб. и расход на одного воспитанника старшего возраста $12,5 \text{ руб.} \cdot 1,2 = 15 \text{ руб.}$

Решите эту задачу другим способом, приняв за условную единицу число воспитанников старшего возраста.

410. Для отопления школы купили берёзовые и осиновые дрова, всего на 2268,75 руб. 1 куб. м берёзовых дров стоит 23,25 руб., а 1 куб. м осиновых 13,5 руб. Определить стоимость берёзовых дров, если их было в 5 раз меньше, чем осиновых.

411. Стекольщик взялся нарезать стёкла на 120 рам. За каждое стекло, обрезанное правильно, ему платили 3,75 руб., а за каждое испорченное стекло с него удерживали 8,25 руб. По окончании работы стекольщик получил 330 руб. На сколько рам он нарезал стекла?

Решение.

1) Сколько рублей получил бы стекольщик, если бы он обрезал все стёкла правильно?

$$3,75 \text{ руб.} \cdot 120 = 450 \text{ руб.}$$

2) На сколько рублей он получил меньше?

$$450 \text{ руб.} - 330 \text{ руб.} = 120 \text{ руб.}$$

3) Сколько рублей теряет он при неправильной обрезке одного стекла?

$$3,75 \text{ руб.} + 8,25 \text{ руб.} = 12 \text{ руб.}$$

4) Сколько стёкол он нарезал неверно?

$$120 \text{ руб.} : 12 \text{ руб.} = 10 \text{ (стёкол).}$$

5) Сколько стёкол он нарезал верно?

$$120 \text{ ст.} - 10 \text{ ст.} = 110 \text{ ст.}$$

Проверка. $8,25 \text{ руб.} \cdot 10 = 82,5 \text{ руб.}$

$$3,75 \text{ руб.} \cdot 110 = 412,5 \text{ руб.}$$

$$412,5 \text{ руб.} - 82,5 \text{ руб.} = 330 \text{ руб.}$$

Ответ. Стекольщик нарезал стёкол на 110 рам.

412. Для школы куплено 85 хрестоматий, 45 задачник и 28 букварей и за всё уплачено 374,85 руб. За каждую хрестоматию платили в 2,25 раза больше, чем за задачник, и в 3,5 раза больше, чем за букварь. Сколько стоит каждая книга в отдельности?

Решение способом замены. Заменим задачки и буквари хрестоматиями.

Число книг	Ск. дадут хрестоматий вместо задачников и букварей?	Всего хрестоматий на 374,85 руб.	Цена хрестоматии
Хрестоматий 85 Задачников 45 Букварей 28	$45 : 2,25 = 20$ $28 : 3,5 = 8$	85 20 8	$374,85 \text{ руб.} : 113 =$ $= 3 \text{ руб.} 15 \text{ коп.}$
		113 хрестоматий	

Цена задачника: $3 \text{ руб.} 15 \text{ коп.} : 2,25 = 1 \text{ руб.} 40 \text{ коп.}$

Цена букваря: $3 \text{ руб.} 15 \text{ коп.} : 3,5 = 90 \text{ коп.}$

413. Для ремонта здания было куплено 3 сорта краски: синьки 312,5 кг, охры 125,4 кг и белил 416,25 кг. Стоимость всей краски 8718,75 руб. Что стоит килограмм каждой краски, если синька в 2,5 раза дешевле белил и в 1,5 раза дороже охры?

Решение.

	Количество	Для замены белил необходимо	Всего белил	Стоимость 581,25 кг белил	Цена 1 кг белил
Синька .	312,5 кг	$312,5 \text{ кг} : 2,5$	125 кг	8718,75 руб.	$8718,75 : 581,25 =$ $= 15 \text{ руб.}$
Охра . .	125,4 кг	$125,4 \text{ кг} : 1,25 : 2,5$	40 кг		
Белила .	416,25 кг	Оставить без изменения	416,25 кг		
			581,25 кг		

Цена синьки: $15 \text{ руб.} : 2,5 = 6 \text{ руб.}$

Цена охры: $6 \text{ руб.} : 1,25 = 4,8 \text{ руб.}$

414. На школьном участке 3,5 а было отведено под картофель; 2,25 а под морковь и 4,5 а под капусту. Снято всего 53,5 ц овощей. Сколько килограммов овощей снимали с 1 кв. м, если урожай картофеля был в 1,25 раза больше, чем моркови, и составлял 0,8 (3) урожая капусты?

415. Определить количество дождевой воды в тоннах, упавшей на участок земли, имеющий форму прямоугольника длиной 1,2 км, шириной 0,75 км, если дождь дал слой осадков высотой 3,6 мм.

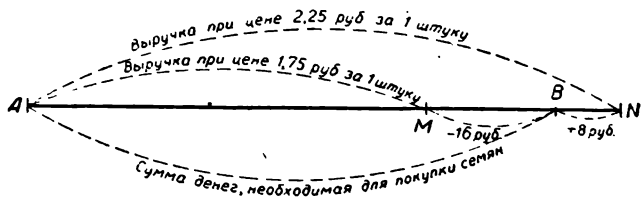
416. Сколько вёдер воды надо вылить на огород, имеющий форму прямоугольника, длиной 24,6 м и шириной 16,75 м, чтобы оросить его так, как орошает дождь, дающий слой осадков высотой 42 мм, если ведро содержит 12,3 куб. дм (литра)?

417. Ячмень за время своего роста расходует 4590 т воды на 1 га. Какую толщину имел бы слой воды на поверхности поля, если бы вся земля равномерно распределялась по площади поля и не всасывалась землёй?

418. Сделан запас муки с таким расчётом, чтобы ежедневно можно было расходовать по 1,75 кг, но затем рассчитали, что если ежедневно расходовать по 1,5 кг, то сделанного запаса хватит на 21 день. На сколько дней был сделан первоначально запас муки?

419. Пароход должен был пройти некоторое расстояние в 2,5 суток, но оказалось, что он проходил в каждый час на 2,6 км меньше назначенной скорости, а потому прошёл намеченный путь в 2,8 суток. Какое расстояние должен был пройти пароход и по сколько километров он проходил в 1 час?

420. Колхозник рассчитал, что если он будет продавать саженцы по 1,75 руб. за 1 штуку, то у него нехватит на покупку огородных семян 16 руб. Если же он продаст саженец по 2,25 руб. за 1 штуку, то у него останется от покупки семян 8 руб. Сколько денег нужно колхознику на покупку семян? Сколько саженцев продаёт колхозник? (См. черт. 13.)



Черт. 13.

421. Из двух пунктов, расстояние между которыми 8 км, выезжают два велосипедиста в одном направлении (друг за другом). Если они выедут одновременно, то задний догонит переднего через 2 часа, если же задний выедет на два часа позже переднего, то

догонит его через 6,75 часа. С какой скоростью едет каждый велосипедист?

422. Из A в B выехал велосипедист со средней скоростью 12,4 км в час. Спустя 3 час. 15 мин. из B навстречу ему выехал другой велосипедист со средней скоростью 10,8 км в час. Через сколько часов и на каком расстоянии от A встретятся велосипедисты, если 0,32 расстояния между A и B равны 76 км?

423. Из двух городов вышли одновременно навстречу друг другу два поезда: курьерский и пассажирский. Первый поезд за $2\frac{1}{6}$ часа проходил $\frac{2}{9}$ всего расстояния между городами, а второй за $2\frac{3}{5}$ часа $\frac{1}{6}$ этого же расстояния. С какой скоростью шёл каждый поезд, если до места встречи второй поезд прошёл 300 км?

У к а з а н и е. Найти сначала, какую часть всего пути проходит в 1 час каждый поезд и через сколько часов они встретятся. Затем по части найти целое и т. д.

424. Два парохода вышли одновременно из одного порта и идут в одном направлении. В каждые 3,5 часа один пароход проходит 37,275 км, а другой 30,625 км. Через сколько времени первый пароход обгонит второй на 21,85 км?

425. Пассажирский поезд в каждые $\frac{3}{5}$ часа проходит 37,5 км, а скорость товарного поезда составляет 0,768 скорости пассажирского поезда. Через 7 час. 15 мин. после выхода товарного поезда по тому же пути отправился пассажирский поезд. Через сколько часов после своего выхода и на каком расстоянии от места отправления пассажирский поезд догонит товарный?

426. Два пловца плывут навстречу друг другу с противоположных берегов реки. Первый пловец может переплыть эту реку в 12 мин., а второй в 8 мин. Через сколько минут пловцы встретятся?

427. Два поезда выходят со станций A и B навстречу один другому в различное время. Первый движется в 1,5 раза скорее, но пачишает движение на 14 час. позже. При встрече поездов оказалось, что второй прошёл расстояние в 1,6 раза больше, чем первый. Через сколько часов от начала движения первого поезда произошла встреча?

Р е ш е н и е. Примем путь, пройденный первым поездом, за 1 условную единицу. Тогда второй поезд прошёл 1,6 условной единицы. Пока первый поезд проходит 1 условную единицу пути, второй поезд проходит $1 : 1,5$, т. е. $\frac{2}{3}$ условной единицы. За 14 часов второй поезд прошёл $1,6 - \frac{2}{3} = \frac{14}{15}$ условной единицы. Скорость его в долях условной единицы $\frac{14}{15} : 14 = \frac{1}{15}$. Весь путь вто-

рой поезд прошёл за $1,6 : \frac{1}{15}$, т. е. за 24 часа. Но он находился в пути на 14 час. больше первого, следовательно, первый поезд прошёл свой путь в 24 час. — 14 час. = 10 час.

Проверка. Второй поезд проходит в час $\frac{1}{15}$ всего пути; первый в 1,5 раза больше, или $\frac{1}{15} \cdot 1,5 = \frac{1}{10}$. Так как путь, пройденный первым, принят за 1 условную единицу, то первый поезд шёл до встречи $1 : \frac{1}{10} = 10$ (часов).

428. Один мотоциклист выехал из города *A* в город *B*, делая в час по 60,9 км; через 2 часа из *A* в *B* выехал другой мотоциклист со скоростью 40,6 км в час. Во сколько времени первый мотоциклист совершит путь из *A* в *B*, если второй приехал в город *B* на 7 час. позже первого?

429. Почтовый поезд вышел со станции в 7 час. 25 мин. утра и шёл со скоростью 40,5 км в час. В 8 час. 7 мин. в том же направлении отправился с этой станции скорый поезд. С какой скоростью должен идти скорый поезд, чтобы догнать почтовый на расстоянии 210,6 км от станции отправления?

430. Расстояние между станциями 28 км. От этих станций отошли одновременно два поезда в одном направлении так, что первый догнал второй через некоторое время. В другом случае поезда вышли одновременно из этих станций и шли навстречу один другому с теми же скоростями. До встречи они затратили времени в 3,5 раза меньше, чем для того, чтобы один поезд догнал другой. На каком месте пути встретились поезда?

Решение. Примем разность скоростей за 1, тогда сумма скоростей будет в 3,5 раза больше, так как поезда при встрече сближаются со скоростью, равной сумме их скоростей. Найдём по сумме и разности скорости в условных единицах. Большая скорость $\frac{3,5 + 1}{2}$, или 2,25 условной единицы, а меньшая $\frac{3,5 - 1}{2}$, или 1,25 той же единицы. Чтобы найти место встречи, нужно расстояние между станциями разделить прямо пропорционально скоростям 2,25 и 1,25, или 9 : 5. Делим 28 км на (9 + 5) равных частей и берём таких частей 9. Поезд, идущий с большой скоростью, прошёл до встречи $\frac{28 \text{ км} \times 9}{14} = 18 \text{ км}$.

431. Чтобы наполнить бак, открыли сначала одну трубу, а спустя 20 мин. другую. Первая влила в $1 \frac{1}{9}$ раза больше второй. Первая труба влила в каждую минуту $\frac{1}{3}$ того числа вёдер, что влила в 1 мин. вторая. На сколько минут была открыта каждая труба?

432. В хлебопекарню доставили хлеб на трёх грузовиках. На 1-м и 2-м грузовиках вместе доставлено $5,94 \text{ т}$, на 1-м и 3-м вместе $6,64 \text{ т}$ и на 2-м и 3-м вместе $6,3 \text{ т}$. Сколько пришлось заплатить за доставку хлеба на каждом грузовике, если за доставку одной тонны хлеба платят по 11 руб.?

Решение. Краткая запись задачи:

Слагаемое	Суммы	
I и II	$5,94 \text{ т}$	по 11 руб.
I и III	$6,64 \text{ т}$	
II и III	$6,3 \text{ т}$	

Чтобы найти каждое слагаемое в отдельности, найдём сначала их сумму. Если сложить все слагаемые попарно, получим удвоенную сумму первого, второго и третьего слагаемых. $5,94 \text{ т} + 6,64 \text{ т} + 6,3 \text{ т} = 18,88 \text{ т}$; отсюда одна сумма из трёх слагаемых равна $18,88 \text{ т} : 2 = 9,44 \text{ т}$. Вычитая из суммы трёх слагаемых сумму первого и второго слагаемых, находим третье слагаемое:

$$9,44 \text{ т} - 5,94 \text{ т} = 3,5 \text{ т}.$$

Точно так же находится второе слагаемое $9,44 \text{ т} - 6,64 \text{ т} = 2,8 \text{ т}$ и третье $9,44 \text{ т} - 6,30 \text{ т} = 3,14 \text{ т}$. Зная число тонн хлеба на каждом грузовике, легко ответить на главный вопрос задачи.

Ответ. 30,8 руб.; 38,5 руб.; 34,54 руб.

433. В мастерской было три куска меди. Общий вес I и II куска $2,25 \text{ кг}$, общий вес I и III куска $2,5 \text{ кг}$ и общий вес II и III куска $2,75 \text{ кг}$. Сколько килограммов весит каждый кусок меди?

434. Бассейн прямоугольной формы имеет в длину $2,05 \text{ м}$, в ширину $0,8 \text{ м}$ и в глубину $0,75 \text{ м}$. Через первый кран вливается $0,8 \text{ л}$ в секунду, а через второй выливается $0,75 \text{ л}$ в секунду. Во сколько часов наполнится бассейн при одновременном действии обоих кранов?

435. Школа имеет прямоугольный участок земли длиной 180 м и шириной 85 м , который нужно обнести живой изгородью из боярышника. Ростки боярышника продаются по $5,75 \text{ руб.}$ за тысячу. Во сколько обойдётся посадочный материал, если ростки боярышника сажать на расстоянии $0,125 \text{ м}$ друг от друга?

Вычисление веса тела по его объёму.

Чтобы вычислить вес тела по его объёму, надо умножить число, показывающее его объём, на его удельный вес. Удельные веса даны в приведённой ниже таблице.

Мука насыпью	0,4 — 0,5	Солома овсяная и ячменная	0,045
Крупа	0,65	Солома пшеничная и ржаная	0,04 — 0,05
Пшеница	0,75	Сено в стогу через 3 месяца	0,078
Рожь	0,70	Сено в стогу через 6 месяцев	0,09 — 0,11
Ячмень	0,60	Сено прессованное	0,42
Овёс	0,50	Нефть	0,76
Гречиха	0,52	Керосин	0,8
Кукуруза	0,72	Бензин	0,7
Просо	0,70	Кокс	1,4
Отруби	0,30	Антрацит насыпью	0,9 — 1,0
Масло льняное	0,93	Бурый уголь насыпью	0,65 — 0,8
Масло подсолнечное	0,92	Торф сухой	0,51
Молоко	1,03		
Масло коровье	0,95		
Картофель на- сыпью	0,675—0,7		
Жмых	0,29		

Составьте, пользуясь этой таблицей, задачи, похожие на задачи № 436—438.

436. Какой должен быть объём овощехранилища для хранения 405 т картофеля при условии заполнения помещения овощехранилища на 0,75 его объёма, если 1 куб. м овощей весит 0,675 т?

437. Вычислить вес сливочного масла в бочонке, имеющем форму цилиндра, диаметр которого 0,6 м, а высота масла в бочонке 0,5 м. Удельный вес коровьего масла 0,95.

438. Ведро имеет форму усечённого конуса. Диаметр его дна 20 см, диаметр отверстия 30 см, высота 18 см.

Вычислить с точностью до 1 г, сколько это ведро вместит подсолнечного масла, если удельный вес масла 0,92.

Отношения и пропорции

439. Экскаваторщик на обычном «ковровце» сумел вынуть 87 тыс. куб. м грунта вместо заданных 60 тыс. куб. м. Найти отношение выполнения работы к плановому заданию.

440. Мастер, работающий на шагающем экскаваторе, вместо нормы 986 куб. м в смену дал 2465 куб. м. Найти отношение планового задания к выработке мастера.

441. Чему равно произведение прямого и обратного отношений двух чисел?

442. Найти отношение 1 сут. 6 час. 30 мин. и 1 час. 1 мин.

443. Кусок материи в 16 м стоит 112 руб., кусок материи другого сорта в 35 м стоит 175 руб. Каково отношение цен той и другой материи?

Решение. Цена 1 м первого куска $\frac{112}{16}$ руб.

Цена 1 м второго куска $\frac{175}{35}$ руб.

Искомое отношение: $\frac{112}{16} : \frac{175}{35} = 7 : 5$.

444. Найти отношение между суммами денег, которые придётся платить за освещение по счёту двум квартиронанимателям, если в одной квартире 6 ламп по 50 свечей, а в другой квартире 8 ламп по 30 свечей.

445. Высота комнаты относится к высоте окна, как $3\frac{4}{5} : 1\frac{3}{4}$.

Определить высоту окна, если высота комнаты 4,75 м.

Указание. Записать в виде пропорции и решить её.

446. Отец зарабатывает в день 49,5 руб. Заработная плата отца относится к заработной плате сына, как $4\frac{1}{2} : 2$.

Сколько денег зарабатывает в день сын?

447. Мастер сплавил золото и серебро в отношении 5 : 8. Золота он взял 25 г. Сколько он взял серебра?

448. Высота одного дерева 8,1 м, а высота другого дерева 4,5 м. Длина тени, падающей от второго дерева, равна 3,6 м. Какова длина тени, падающей от первого дерева?

449. Высота шпиля на новом университетском здании в Москве на 180 м меньше высоты центральной части здания. Найти высоту центральной части здания, если она относится к высоте шпиля, как 0,8 : 0,2.

Простое тройное правило

450. Из 100 кг муки выпекается 135 кг хлеба. Сколько нужно взять такой же муки, чтобы выпечь 81 кг хлеба?

Рекомендуем следующую запись задачи:

	Количество муки	Количество хлеба	
Условие Вопрос	100 кг x кг	135 кг 81 кг	Зависимость прямо пропорциональная

Решение. Если количество муки увеличим в несколько раз, то увеличится во столько же раз и количество выпекаемого хлеба. Следовательно, количество муки и количество выпекаемого из неё хлеба находятся в прямой пропорциональной зависимости.

Решим эту задачу способом приведения к единице, который состоит в том, что к единице приводится значение той величины, в которой нет неизвестного, а потом это значение заменяется требуемым.

Если 135 кг хлеба получается из 100 кг муки, то 1 кг хлеба получится из количества муки в 135 раз меньшего, чем 100 кг, т. е. из $\frac{100}{135}$ кг, а чтобы получить 81 кг хлеба, нужно взять муки в 81 раз больше, или $\frac{100 \cdot 81}{135}$ кг = 60 кг.

451. Если при печатании книги помещать на каждой странице 32 строки, то книга будет иметь 144 страницы. Сколько страниц будет в книге, если помещать на каждой странице 36 строк?

Решение.

	Количество строк	Количество страниц	
Условие	32	144	Зависимость обратно пропорциональная
Вопрос	36	x	

Если на странице помещать не по 32 строки, а по одной строке, то страниц в книге будет в 32 раза больше, или $144 \cdot 32$ страницы. Если же на каждой странице помещать не одну строку, а 36, то страниц потребуется в 36 раз меньше, или $\frac{144 \cdot 32}{36} = 128$ (стр.).

Для правильного решения задач на тройное правило нужно предварительно выяснить, в какой зависимости между собой находятся данные в задаче величины.

452. Выясните, в каких из следующих примеров две величины находятся между собой в прямой пропорциональной зависимости и в каких — в обратной пропорциональной зависимости.

1) количество однородного товара и его стоимость; 2) цена товара и его количество при одной и той же стоимости товара; 3) цена товара и его стоимость; 4) продолжительность равномерного движения и длина пройденного пути; 5) скорость равномерного движения и его продолжительность при одной и той же длине пути; 6) скорость движения и длина пройденного пути; 7) длина прямоугольной фигуры и её площадь; 8) длина и ширина при данной площади; 9) число равносильных рабочих и количество их работы; 10) число рабочих и продолжительность работы; 11) число часов ежедневной работы и продолжительность всей работы; 12) сила рабочих и продолжительность работы; 13) трудность работы и её продолжительность; 14) трудность работы и количество работы при данной её продолжительности; 15) длина и объём прямоугольного параллелепипеда при данной

его ширине; 16) а) длина и ширина, б) ширина и высота при одном объёме; 17) плотность и вес при данном объёме; 18) плотность и объём при данном весе; 19) произведение и величина сомножителя; 20) множимое и множитель при данном произведении; 21) делимое и частное при одном делителе.

Ответы. В примерах 9, 13, 15, 17, 19, 21 зависимость величин прямо пропорциональная, а в примерах 8, 10, 11, 12, 14, 16, 18, 20 обратно пропорциональная.

453. Для экспедиции заготовлены продукты на 96 дней для 45 человек. На сколько дней хватит этих продуктов для 30 человек?

454. Если бы я имел столько рублей, сколько у меня двугривенных, то у меня было бы 25 руб. Сколько у меня денег?

455. Папирус Ринда¹ представляет собой свиток, который в развёрнутом виде имеет 20 м длины и 30 см ширины. Сколько страниц современной книги, формата 15 см × 20 см, нужно было бы занять, чтобы воспроизвести в копии эту рукопись?

456. Требуется начертить план прямоугольного участка земли в 17,4 м длины и 14,5 м ширины так, чтобы ширина на плане вышла 29 см. Какова должна быть длина участка на плане?

457. Атмосферное давление 767 мм ртутного столба. Определить силу давления, производимого атмосферой на поверхность книги, размер которой 25 см × 20 см.

$$\text{Решение. } 13,6 \times 76,7 = 1043 \left(\frac{\Gamma}{\text{см}^2} \right) = 1,043 \left(\frac{\kappa\Gamma}{\text{см}^2} \right)$$

$$1 \text{ кв. см} - 1,043 \left(\frac{\kappa\Gamma}{\text{см}^2} \right)$$

$$25 \times 20 \text{ кв. см} - x \left(\frac{\kappa\Gamma}{\text{см}^2} \right); \quad x = \frac{1,043 \cdot 25 \times 20}{1} = 521,5 \text{ (}\kappa\Gamma\text{)}$$

458. Если тратить по 36 руб. в день, то денег хватит на время с 5 марта по 3 апреля включительно. На сколько нужно уменьшить ежедневный расход денег, чтобы их хватило по 18 апреля?

Придумать примеры величин прямо пропорциональных и обратно пропорциональных.

Сложное тройное правило

При решении задач на сложное тройное правило к 5, 7, 9 и т. д. данным числам находят шестое, восьмое, десятое и т. д., им пропорциональное.

459. В 30 дней на прокорм 8 лошадей нужно 2880 кг сена. На сколько дней хватит 4800 кг сена для прокорма 10 лошадей?

¹ Древнее математическое руководство, дошедшее до нас из Египта.

² Вес 1 куб. см ртути равен 13,6 г.

Располагаем данные так:

		обр. пр.	прям. пр.
Условие		30 дн. — 8 лош. — 2880 кг	
Вопрос		x дн. — 10 лош. — 4800 кг	

А н а л и з. В задаче даны 3 величины: 1) время прокорма лошадей; 2) число лошадей и 3) вес сена. Две из них заданы двумя значениями, а третья только одним. Сопоставляя две последние величины с искомой, видим, что с увеличением числа лошадей сокращается число дней прокорма, следовательно, эти величины (число дней и число лошадей) находятся между собой в обратно пропорциональной зависимости. Так как с увеличением количества килограммов сена увеличивается и число дней питания, то эти величины находятся между собой в прямой пропорциональной зависимости.

Вопросы	Ответы
На сколько дней хватит 2880 кг сена для одной лошади?	На число дней, в 8 раз большее, или $30 \cdot 8$ (дней).
На сколько дней хватит того же сена для 10 лошадей?	На число дней, в 10 раз меньшее, или $\frac{30 \cdot 8}{10}$ (дней).
На сколько дней хватит тем же лошадям 1 кг сена?	На число дней, меньшее в 2880 раз, или $\frac{30 \cdot 8}{10 \cdot 2880}$ (дней).
На сколько дней хватит тем же лошадям 4800 кг сена?	На число дней, большее в 4800 раз, или $\frac{30 \cdot 8 \cdot 4800}{10 \cdot 2880}$ (дней).

Количество дней в последнем вопросе мы обозначим через x , поэтому имеем:

$$x = \frac{30 \cdot 8 \cdot 4800}{10 \cdot 2880} = 40 \text{ (дней).}$$

При постановке вопросов следует строго соблюдать, чтобы задаваемые вопросы всегда относились к тем величинам, к которым относится искомое число (в данном случае к числу дней), и чтобы за единицу принимались значения тех величин, в которых нет неизвестного.

460. Кусок сукна в 65 м длины и 1,25 м ширины стоит 3750 руб. Что стоит другой кусок такого же сукна в 91 м длины и 1,45 м ширины?

		пр.	пр.
Условие		65 м — 1,25 м — 3750 руб.	
Вопрос		91 м — 1,45 м — x руб.	

В задаче даны три величины: 1) стоимость сукна, 2) число метров сукна и 3) ширина сукна. Так как с увеличением длины

отреза и его ширины будет увеличиваться и стоимость сукна, то данные величины находятся в прямой пропорциональной зависимости.

Сколько стоит 1 м сукна при ширине в 1,25 м?	В 65 раз меньше, или $\frac{3750}{65}$ (руб.).
Сколько стоит 91 м сукна в 1,25 м ширины?	В 91 раз больше, или $\frac{3750 \cdot 91}{65}$ (руб.).
Сколько стоит 91 м сукна шириной в 1 м?	В 1,25 раза меньше, или $\frac{3750 \cdot 91}{65 \cdot 1,25}$ (руб.).
Сколько стоит 91 м сукна шириной 1,45 м?	В 1,45 раза больше, или $\frac{3750 \cdot 91 \cdot 1,45}{65 \cdot 1,25}$ (руб.).

Таким образом, мы находим искомое число:

$$x = \frac{3750 \cdot 91 \cdot 1,45}{65 \cdot 1,25} = 6090 \text{ (руб.)}^1.$$

461. На 96 м материи шириной 1,25 м идёт 56 кг шерсти. Сколько материи шириной $\frac{5}{6}$ м выйдет из 70 кг шерсти?

462. Из 77,5 кг пряжи готовится 6 кусков полотна, каждый длиной 48 м, а шириной 75 см. Сколько можно приготовить кусков полотна длиной 52 м и шириной 90 см из 387,5 кг пряжи?

463. Принять в приводимой ниже таблице одно значение какой-нибудь из пропорциональных величин за неизвестное и вычислить его по другому значению данной величины и данным значениям других величин.

Число рабочих	Продолжительность всей работы в днях	Число часов ежедневной работы	Длина сооружения в м	Ширина в м	Высота в м
15	10	8	37,5	2	2
5	48	9	18	5	3
40	17,5	9,5	12 $\frac{2}{3}$	5 $\frac{2}{3}$	1 $\frac{1}{4}$
30	24 $\frac{1}{2}$	10 $\frac{1}{2}$	8 $\frac{1}{2}$	3 $\frac{1}{2}$	3 $\frac{1}{2}$
15	3 $\frac{1}{3}$	10,5	2 $\frac{1}{12}$	3 $\frac{2}{35}$	5 $\frac{1}{4}$
16	4,41(6)	10 $\frac{2}{3}$	1 $\frac{1}{3}$	1 $\frac{2}{28}$	5 $\frac{1}{5}$
25	21 $\frac{2}{3}$	9,75	390	65	25
8	30,5	10,5	210	61	24

¹ Объяснениями, данными к задачам № 459 и 460 рекомендуется пользоваться при первоначальном ознакомлении с решением задач на сложное тройное правило. Позже можно руководствоваться объяснением, данным к задаче № 464.

Установить, в какой зависимости находятся между собой численные значения величин, если за искомое последовательно принимать: число рабочих, число дней и число часов.

В какой зависимости между собой и по отношению к численным значениям других величин будут находиться длина, ширина и высота сооружения?

Например, приняв 25 рабочих за неизвестное, получаем такую задачу:

464. 15 рабочих в 10 дней, работая по 8 час. в день, построили запруду длиной 37,5 м, шириной 2 м и высотой 2 м. Сколько нужно рабочих, чтобы в 48 дней, работая ежедневно по 9 часов, построить другую запруду длиной 18 м, шириной 5 м и высотой 3 м?

Запись задачи.

		Обр. пр.	Обр. пр.	Пр. пр.	Пр. пр.	Пр. пр.
Условие	15 рабоч.	10 дней	8 час.	37,5 м	2 м	2 м
Вопрос	x рабоч.	48 дней	9 час.	18 м	5 м	3 м

15 рабочих выполняют некоторую работу в 10 дней. Чтобы выполнить эту работу в 1 день, потребуется при прочих равных условиях рабочих в 10 раз больше, или $15 \cdot 10$ (рабочих), а чтобы выполнить эту работу в 48 дней, нужно при прочих равных условиях рабочих в 48 раз меньше, или $\frac{15 \cdot 10}{48}$ (рабочих). Такое число

рабочих нужно при ежедневной работе в течение 8 часов. Если рабочие будут работать ежедневно по 1 часу, нужно иметь рабочих в 8 раз больше, или $\frac{15 \cdot 10 \cdot 8}{48}$ (рабочих), а при 9-часовом

рабочем дне нужно рабочих в 9 раз больше, или $\frac{15 \cdot 10 \cdot 8}{48 \cdot 9}$ (рабочих).

Столько рабочих нужно для выполнения работы объёмом $37,5 \times 2 \times 2$ куб. м. На выполнение 1 куб. м нужно рабочих в $(37,5 \times 2 \times 2)$ раз меньше, или $\frac{15 \cdot 10 \cdot 8}{48 \cdot 9 \cdot 37,5 \cdot 2 \cdot 2}$ (рабочих), а для выполнения работы объёмом $18 \times 5 \times 3$ куб. м нужно рабочих в

$(18 \times 5 \times 3)$ раза больше, или $\frac{15 \cdot 10 \cdot 8 \cdot 18 \cdot 5 \cdot 3}{48 \cdot 9 \cdot 37,5 \cdot 2 \cdot 2}$ (рабочих) = 5 рабочих

Иногда при решении задач на тройное правило приходится соединять их с другими видами простых или сложных задач, которые служат подготовлением к применению тройного правила.

465. Для питания 840 рабочих в течение 7,5 мес. было заготовлено некоторое количество килограммов муки, но через 1,25 мес. прибыло ещё 160 рабочих. На сколько времени хватит заготовленной муки?

Решение. Сколько всего человек зачислено на довольствие спустя 1,25 мес.?

$$840 \text{ чел.} + 160 \text{ чел.} = 1000 \text{ чел.}$$

Какую часть 1,25 мес. составляет от 7,5 мес.?

$$1,25 \text{ мес.} : 7,5 \text{ мес.} = \frac{1}{6}.$$

Примем запас муки за 1; узнаем, какую часть муки съели в $\frac{1}{6}$ срока, на который был сделан запас, $1 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$. Какая часть муки осталась?

$$1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}.$$

Запишем полученные данные в строки для решения задачи по тройному правилу:

	обр. пр.	прям. гр.
Условие	840 чел. — 7,5 мес.	— 1 зап.
Вопрос	1000 чел. — x мес.	— $\frac{5}{6}$ зап.

$$x = \frac{75 \cdot 840 \cdot 5}{1000 \cdot 1 \cdot 6} = 5,25 \text{ (месяца).}$$

466. 9 рабочих в 14 дней выполнили $\frac{7}{12}$ работы. Сколько надо нанять ещё рабочих, чтобы вся работа была выполнена в 20 дней?

467. Пароход, имевший провизии на 36 дней, на пути принимает экипаж с парохода, потерпевшего крушение, численностью равной $\frac{1}{5}$ своего экипажа, и оканчивает плавание в 45 дней.

Какую часть прежней ежедневной нормы провизии получал каждый человек экипажа?

Указание. Количество питающихся и число дней находятся в обратно пропорциональной зависимости от нормы провизии.

468. При совместном действии 4 больших и 6 малых насосов можно выкачать всю воду из резервуара за 8 часов. Через 3,5 часа совместного их действия 2 больших насоса испортились

и тотчас же были заменены двумя малыми насосами. За сколько часов была выкачана вся вода из резервуара, если мощность каждого большого насоса так относится к мощности каждого малого насоса, как $1,5 : 0,25$?

У к а з а н и е. Заменить большие насосы малыми и, приняв всю работу за 1 условную единицу, найдём, какая часть работы выполнена в 3,5 часа и какую часть осталось выполнить, а дальше задача решается по способу приведения к единице:

$$30 \text{ м. н.} - 3,5 \text{ часа} - \frac{7}{16} \text{ частей работы;}$$

$$18 \text{ м. н.} - x \text{ час.} - \frac{9}{16} \text{ частей работы.}$$

469. 18 рабочих и 12 подростков, работая ежедневно по 8 часов, могут окончить работу в 15 дней. Во сколько дней 3 рабочих и 20 подростков, работая ежедневно по 6 часов, могут окончить ту же работу, если производительность труда 4 подростков равна производительности труда 3 рабочих?

У к а з а н и е. Заменить 12 подростков рабочими, тогда общее число рабочих в первом случае будет $18 \text{ рабоч.} + 12 : 4 \cdot 3 \text{ рабоч.} = 27 \text{ рабоч.}$, а во втором случае $3 \text{ рабоч.} + 20 : 4 \cdot 3 \text{ рабоч.} = 18 \text{ рабоч.}$

Пропорциональное деление

1. Деление прямо пропорционально данным числам

470. В колхозе 3600 га земли распределены так, что числа гектаров земли под лесом, лугами, пашней и садами относятся так, как $5 : 7 : 9 : 4$. Сколько гектаров земли отведено под каждое из угодий?

Для решения задачи надо 3600 га разделить на 4 неравные части так, чтобы первая часть состояла из 5 равных частей; вторая из 7 таких же частей, третья из 9 и четвёртая из 4. Всего равных частей 25. Узнаем, сколько гектаров земли приходится на каждую из 25 частей. $3600 \text{ га} : 25 = 144 \text{ га}$.

Определим, сколько земли отведено под каждое угодье.

$$144 \text{ га} \times 5 = 720 \text{ га (лес).}$$

$$144 \text{ га} \times 7 = 1008 \text{ га (луга).}$$

$$144 \text{ га} \times 9 = 1296 \text{ га (пашня).}$$

$$144 \text{ га} \times 4 = 576 \text{ га (сады).}$$

Из приведённого решения задачи видно, что для того, чтобы разделить какое-либо число на части, прямо пропорциональные данным числам, нужно его разделить на сумму этих чисел и полученное частное умножить на каждое из них.

471. За три билета в театр уплатили 50 руб. Цены билетов прямо пропорциональны числам: $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$ и $1\frac{1}{4}$. Сколько платили за каждый билет?

Решение. 50 руб. требуется разделить прямо пропорционально дробным числам: $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$ и $1\frac{1}{4}$.

Для удобства вычислений отношение дробных (и смешанных) чисел заменяют отношением целых чисел:

$$1) \frac{1}{2} : \frac{3}{4} : \frac{5}{4} = \frac{2}{4} : \frac{3}{4} : \frac{5}{4} = 2 : 3 : 5.$$

$$2) 2 + 3 + 5 = 10.$$

$$5) 5 \text{ руб.} \cdot 3 = 15 \text{ руб.}$$

$$3) 50 \text{ руб.} : 10 = 5 \text{ руб.}$$

$$6) 5 \text{ руб.} \cdot 5 = 25 \text{ руб.}$$

$$4) 5 \text{ руб.} \cdot 2 = 10 \text{ руб.}$$

472. В колхозе 1970 голов скота. На каждые 15 свиней приходится 8 овец, а на каждые 14 овец приходится 9 коров. Сколько в колхозе свиней, овец и коров? (См. № 486.)

473. Трое рабочих заработали вместе 445 руб., причём первый работал 7 дней, второй 4,5 дня и третий $3\frac{1}{3}$ дня. Сколько денег заработал каждый, если оплата за рабочий день одна и та же?

474. Три лица поделили между собой 2592 рубля так, что А получил столько раз по 5 руб., сколько В по 6 руб. и С по 7 руб. Сколько денег получил каждый?

475. А кончает некоторую работу вдвое скорее, чем В, а С кончает эту же работу втрое скорее, чем В. Все трое вместе они оканчивают эту работу в 4 дня. Во сколько времени каждый может сделать эту работу?

Решение. Примем производительность труда В за 1 условную единицу, тогда производительность труда А равна 2 условным единицам, а производительность труда С—3 условным единицам. Так как, работая вместе, они оканчивают некоторую работу в 4 дня, то в день они выполняют $(1 : 4)$, т. е. $\frac{1}{4}$ работы.

$\frac{1}{4}$ делим прямо пропорционально числам, выражающим в условных единицах производительность труда, т. е. $2 : 1 : 3$; $2 + 1 + 3 = 6$. В в 1 день выполняет $\frac{1}{4} : 6 = \frac{1}{24}$ всей работы. А работает вдвое скорее, следовательно, он выполнит $\frac{1}{24} \cdot 2$, или $\frac{1}{12}$ всей работы в день, а С выполнит $\frac{1}{24} \cdot 3 = \frac{1}{8}$ всей работы. Зная, какую

часть работы выполняет каждый рабочий в день, находим, что A выполняет всю работу в $1 : \frac{1}{12}$ или в 12 дней, B в $1 : \frac{1}{24}$, или в 24 дня и C в $1 : \frac{1}{8}$, или в 8 дней.

476. Три бригады рабочих, состоящие из 25, 36 и 20 человек, проработали в общей сложности 917 человеко-часов. Каждый рабочий первой бригады проработал $\frac{7}{12}$ времени, проработанного каждым рабочим второй бригады, а каждый рабочий третьей бригады проработал на $3\frac{1}{2}$ часа больше, чем рабочий второй бригады. Сколько часов работал каждый рабочий первой, второй и третьей бригад?

Решение. Задача может быть решена или способом замены или по правилу пропорционального деления. Для применения пропорционального деления нужно вычесть из общей суммы человеко-часов $3\frac{1}{2}$ час $\times 20$, или 70 человеко-часов. Остающиеся $(917 - 70)$ человеко-часов нужно разделить прямо пропорционально числу человек и числу часов работы, проработанных каждым.

2. Деление обратно пропорционально данным числам

477. Три колхоза издержали на ремонт моста 7400 руб.; этот расход они распределили так, что каждый колхоз внёс сумму денег, обратно пропорциональную расстоянию его от моста. Первый колхоз находится в 4 км от моста, второй в 5 км и третий в 6 км. Сколько рублей должен уплатить за ремонт моста каждый колхоз?

Решение. Обозначим искомые суммы через x , y и z . Можно выразить условие нашей задачи следующими пропорциями:

$$x : y = 5 : 4, \text{ или } \frac{1}{4} : \frac{1}{5};$$

$$y : z = 6 : 5, \text{ или } \frac{1}{5} : \frac{1}{6}.$$

Из этих пропорций следует, что $x : y : z = \frac{1}{4} : \frac{1}{5} : \frac{1}{6}$, т. е.

сумму 7400 руб. нужно разделить прямо пропорционально числам, обратным данным.

Заменяя отношение дробных чисел отношением целых чисел, получим $\frac{1}{4} : \frac{1}{5} : \frac{1}{6} = 15 : 12 : 10$. Сумма полученных целых чисел равна 37. Следовательно, одна доля равна $7400 \text{ руб.} : 37 = 200 \text{ руб.}$

Отсюда

$$x = 200 \text{ руб.} \cdot 15 = 3000 \text{ руб.};$$

$$y = 200 \text{ руб.} \cdot 12 = 2400 \text{ руб.}$$

и

$$z = 200 \text{ руб.} \cdot 10 = 2000 \text{ руб.}$$

Ответы показывают, что чем ближе находится колхоз от моста, тем больше он внёс денег на его ремонт.

На этом примере мы показали деление обратно пропорционально данным числам. Чтобы разделить какое-нибудь число на части, обратно пропорциональные данным числам, нужно разделить его прямо пропорционально числам, обратным данным.

478. Скорости товарного, пассажирского и курьерского поездов относились, как 0, (7) : 1 : 1, (3). Курьерский поезд проходит расстояние между двумя городами за 1 час 24 мин. сколько пассажирского. Во сколько часов каждый проходит это расстояние? Какое расстояние между городами, если пассажирский поезд проходит за 10 км в час больше товарного?

У к а з а н и е. Скорость и время при постоянной длине пути находится между собой в обратно пропорциональной зависимости.

479. При постройке полотна железной дороги его разделили на 3 одинаковых участка и на каждый участок поставили отдельную бригаду рабочих: первая бригада окончила работу на своём участке в 32 дня, вторая в 48 дней и третья в 30 дней. Сколько рабочих было в каждой бригаде, если во всех трёх было 205 человек?

480. Двое рабочих заработали вместе 527 руб. Сколько заработал каждый рабочий, если 0,08 заработка первого рабочего равны 0,075 заработка второго?

В задачах на пропорциональное деление часто приходится находить сумму и её части по разности данных частей числа. Рассмотрим такую задачу.

481. Разность двух чисел 511. Найти эти числа, зная, что 0,045 одного равны $\frac{1}{6}$ другого.

Р е ш е н и е. Примем первое число за x_1 и второе за x_2 ; из условия задачи следует, что $x_1 : x_2 = \frac{1}{0,045} : 6 = 100 : 27$; разность $x_1 - x_2$ в частях равна $100 - 27 = 73$, на 73 части приходится 511, на одну часть $\frac{511}{73} = 7$, а на 100 частей $7 \cdot 100$, или 700 (первое число), второе число равно $7 \cdot 27 = 189$.

482. Первый рабочий сделал $\frac{7}{12}$ всей работы, второй $\frac{1}{6}$ часть работы, а третий — остальную часть работы. При этом оказалось, что первый получил на 120 руб. больше, чем второй и третий вместе. Сколько получил каждый?

483. Куплено три ящика фруктов: вес второго ящика составляет $\frac{3}{4}$ веса первого, а вес третьего $\frac{7}{8}$ веса первого. В первом ящике фруктов было на 10 кг больше, чем в третьем. Сколько всего килограммов фруктов было в трёх ящиках?

484. В трёх вагонах электропоезда было 216 пассажиров. $\frac{3}{5}$ числа пассажиров первого вагона, $\frac{3}{4}$ числа пассажиров второго вагона и $\frac{2}{3}$ числа пассажиров третьего вагона равны между собой. Сколько пассажиров в каждом вагоне?

485. Автопробег был закончен в 4 дня. В первый день было пройдено $\frac{4}{15}$ всего пути, во второй день $\frac{7}{25}$, в третий и четвёртый дни был пройден остальной путь и притом в каждый день поровну. Какова дистанция автопробега, если известно, что в третий день пройдено на 48 км меньше, чем в первый день?

Часто в задачах на пропорциональное деление даются отношения частей п о п а р н о.

486. Разрезать 130 м проволоки на 3 части так, чтобы первая часть относилась ко второй, как 5 : 6, и вторая к третьей, как 8 : 7.

Р е ш е н и е.

$$\begin{array}{l} \text{I : II} = 5 : 6 \\ \text{II : III} = 8 : 7 \end{array} \left| \begin{array}{l} 4 \\ 3 \end{array} \right| \begin{array}{l} \text{I : II} = 20 : 24 \\ \text{II : III} = 24 : 21 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{Отсюда I : II : III} = \\ = 20 : 24 : 21. \end{array} \right.$$

Изменим пропорции так, чтобы число частей второй части оказалось одинаковым в обеих пропорциях. Для этого найдём НОК (6 и 8). Дальше делим 130 на сумму (20 + 24 + 21) и для нахождения длины каждого отрезка проволоки полученный результат умножаем соответственно на 20, 24 и 21.

487. Лыжный пробег вдоль Великого Сибирского пути был разбит на 4 участка так, что длина первого участка относилась к длине второго, как 3 : 4, длина третьего к длине первого, как 2 : 5, и длина четвёртого к длине третьего, как 5 : 8. Найти длину каждого участка, если лыжники прошли 1790 км.

У к а з а н и е. Когда число частей 4 и более, лучше пользоваться введением условной единицы. Примем длину первого участка за 1, тогда длина второго участка будет равна $\frac{4}{3}$ единицы; третьего $\frac{2}{5}$ и четвёртого $\frac{2 \cdot 5}{5 \cdot 8} = \frac{1}{4}$ условной единицы.

$$\text{I : II : III : IV} = 1 : \frac{4}{3} : \frac{2}{5} : \frac{1}{4} = 60 : 80 : 24 : 15.$$

488. Число 17 163 разделить на 4 части так, чтобы первая часть относилась ко второй, как 2 : 3, вторая к третьей, как 0, (2) : 0,25, и третья к четвертой, как 1, (6) : 1,75. Как велика будет каждая часть?

489. Число 3165 разделить на 5 частей так, чтобы первая часть относилась к третьей, как $0,6 : \frac{3}{4}$, вторая к четвертой, как $\frac{2}{7} : 0, (4)$, и чтобы третья часть была в 3 раза более четвертой, а четвертая в 2 раза менее пятой. Как велика будет каждая часть?

490. Брат и сестра измеряли шагами длину огорода прямоугольной формы. Когда брат шёл по длине огорода, а сестра по его ширине, они сделали вместе 220 шагов, а когда сестра шла по длине огорода, а брат по его ширине, они сделали вместе 230 шагов. Длина шага брата 0,75 м, а сестры 0,6 м. Найти площадь огорода.

Решение. Чтобы найти площадь, нужно знать длину и ширину огорода. Длина и ширина будут известны, когда мы определим число шагов, сделанных братом или сестрой в отдельности. Так как брат и сестра прошли одно и то же расстояние и сделали всего (220 шагов + 230 шагов), или 450 шагов, то расстояния (в шагах), пройденные каждым в отдельности, будут обратно пропорциональны размерам их шагов 0,75 м и 0,6 м, или $0,6 : 0,75 = 4 : 5$.

Брат сделал $\frac{4 \cdot 450}{4 + 5} = 200$ (шагов), а сестра 250 шагов.

Зная размер шага и число их, можно длину и ширину найти способом предположения или по способу смешения. Удвоенная длина и ширина огорода равны: $0,75 \text{ м} \cdot 200 + 0,6 \text{ м} \cdot 250$, или 300 м. Длина и ширина огорода 150 м.

Предположим, что 220 шагов сделал бы брат. Он прошёл бы $0,75 \text{ м} \cdot 220 = 165 \text{ м}$ или $165 \text{ м} - 150 \text{ м} = 15 \text{ м}$ лишних. Разность в длине шагов $0,75 \text{ м} - 0,6 \text{ м} = 0,15 \text{ м}$; $15 \text{ м} : 0,15 \text{ м} = 100$ (шагов). 100 шагов сделала сестра, но она шла по ширине огорода. Отсюда его ширина $0,6 \text{ м} \cdot 100 = 60 \text{ м}$. Брат сделал 220 шагов — -100 шагов = 120 шагов, или $0,75 \text{ м} \cdot 120 = 90 \text{ м}$ (длина). Площадь огорода $60 \cdot 90 = 54$ (а).

491. Двое измеряли длину и ширину огорода шагами, причём первый сделал на их протяжении на 84 шага меньше, чем второй. Зная, что шаг первого равнялся в среднем 70 см, а шаг второго 50 см, найти площадь огорода, если его ширина составляет 75% длины.

3. Сложно-пропорциональное деление

492. Три бригады рабочих получили за окраску и побелку дома 17 360 руб. Сколько денег получила каждая бригада, если первая состояла из 15 человек и работала 21 день, вторая состояла из 14 человек и работала 25 дней, а третья состояла из 21 человека и работала 20 дней?

Решение. Общую заработную плату нужно разделить прямо пропорционально числу рабочих и числу дней.

Чтобы заработать ту же зарплату (17 360 руб.) в 1 день, число рабочих в первой бригаде должно быть $15 \cdot 21$, во второй $14 \cdot 25$ и в третьей $21 \cdot 20$. Теперь число дней привели к единице. Следовательно, 17 360 руб. следует разделить прямо пропорционально числам.

$$(15 \times 21) : (14 \times 15) : (21 \times 20).$$

Сократив произведения на 5 и 7, получим: $9 : 10 : 12$. Находим сумму частей: $9 + 10 + 12 = 31$; узнаем одну долю суммы:

$$17\,360 \text{ руб.} : 31 = 560 \text{ руб. и умножаем её на 9, 10 и 12.}$$

Из решения этой задачи делаем следующий вывод.

Чтобы разделить какое-нибудь число пропорционально нескольким рядам чисел, достаточно числа одного ряда умножить почленно на числа остальных рядов и взять отношение полученных произведений.

493. Три жильца должны уплатить по одному счёту за пользование электроэнергией 40,8 руб. У первого жильца 3 лампы по 50 ватт, у второго 4 лампы по 25 ватт и у третьего 2 лампы по 75 ватт. Сколько денег должен уплатить каждый?

494. В продмаге было 2 сорта муки: первого сорта было на 44 кг меньше, чем второго сорта. Цены, по которым продавалась мука, были обратно пропорциональны числам $19\frac{1}{2}$ и $24\frac{3}{5}$, причём 1 кг муки первого сорта был на 1 руб. 70 коп. дороже 1 кг муки второго сорта. Сколько денег выручено от продажи всей муки, если известно, что $\frac{1}{3}$ количества проданной муки I сорта составляет $\frac{3}{11}$ количества проданной муки II сорта?

Анализ. Выручка складывается из цены муки, умноженной на количество муки. Чтобы найти цены на муку, даны: разность в ценах и отношение цен. Для определения количества муки сказано, что $\frac{1}{3}$ количества муки первого сорта равна $\frac{3}{11}$ количества муки второго сорта, т. е. их отношение и разность — 44 кг. Названных данных достаточно для решения задачи. Задача распадается на 3 вопроса.

Решение 1. Определение цен:

$$I : II = \frac{1}{19\frac{1}{2}} : \frac{1}{24\frac{3}{5}} = \frac{2}{39} : \frac{5}{123} = \frac{2}{13} : \frac{5}{41} =$$

$$= 82 : 65; 82 - 65 = 17; 1 \text{ руб. } 70 \text{ коп.} : 17 = 10 \text{ коп.}$$

$$10 \text{ коп.} \cdot 82 = 8,2 \text{ руб.}; 10 \text{ коп.} \cdot 65 = 6,5 \text{ руб.}$$

2. Определение количества муки каждого сорта:

$$I : II = \frac{1}{3} : \frac{3}{11} = 11 : 9; 11 - 9 = 2; 42 \text{ кг} : 2 = 21 \text{ кг},$$

$$22 \text{ кг} \times 11 = 242 \text{ кг (I сорта)} \text{ и } 22 \text{ кг} \times 9 = 198 \text{ кг (II сорта)}.$$

3. Определение стоимости муки:

$$8 \text{ руб. } 20 \text{ коп.} \cdot 242 + 6 \text{ руб. } 50 \text{ коп.} \cdot 198 = 3271 \text{ руб. } 40 \text{ коп.}$$

495. Два колхоза внесли на устройство школы 22% с такой суммы денег, которая, будучи отдана в банк по 3%, в 1 год 4 мес. даст 2880 руб. прибыли. Суммы денег, внесённые каждым колхозом, прямо пропорциональны числам жителей колхозов и обратно пропорциональны расстояниям колхозов от школы. Число жителей первого колхоза составляет 80% числа жителей второго колхоза; 0,3 расстояния второго колхоза от школы составляет $170 \frac{2}{3}$ м, расстояние же первого колхоза от школы на 768 м

более расстояния второго колхоза от школы. Сколько денег на устройство школы внёс каждый колхоз.

Решение 1. Определение суммы денег, внесённой на устройство школы: 1 год 4 мес. = $1 \frac{1}{3}$ года.

$$\frac{2880 \cdot 100}{1 \frac{1}{3} \cdot 3} = \frac{2880 \cdot 3 \cdot 100}{4 \cdot 3} = 72000 \text{ руб.}$$

2. Деление суммы прямо пропорционально числу жителей и обратно пропорционально расстояниям школы от колхозов:

$$s_2 = 170 \frac{2}{3} \text{ м} : \frac{1}{3} = 512 \text{ м},$$

$$s_1 = 512 \text{ м} + 768 \text{ м} = 1280 \text{ м};$$

$$80\% : 100\%, \text{ или как } 4 : 5;$$

$$1280 : 512 \text{ или как } 5 : 2$$

Приводим отношения к одной единице:

$$c_1 : c_2 = 4 \cdot 5 : 5 \cdot 2 = 2 : 1; 2 + 1 = 3$$

$$72000 \text{ руб.} : 3 = 24000 \text{ руб.}; 24000 \text{ руб.} \cdot 2 = 48000 \text{ руб.}$$

496. Работники МТС за перевыполнение плана были премированы велосипедами и мотоциклами, всего на сумму 24 400 руб. Цены на велосипед и мотоцикл были обратно пропорциональны 4 и $1 \frac{2}{5}$. Число выделенных мотоциклов составляло $\frac{2}{3}$ числа велосипедов. Сколько было выделено велосипедов и сколько мотоциклов, если известно, что один мотоцикл дороже одного велосипеда на 1300 руб.

Задачи на смешения

Задачи на правило смешения и сплавов по определению неизвестного делятся на два рода.

В задачах первого рода требуется определить среднее достоинство смеси или сплава по достоинству и количеству смешиваемых веществ. Например:

Смешиваемые вещества	Цена	Количество	Стоимость смеси	Цена единицы смеси
Мука	3 руб.	6 кг	18 руб.	94 руб. : 20 = = 4,7 руб.
	4 руб.	4 кг	16 руб.	
	6 руб.	10 кг	60 руб.	
		20 кг	94 руб.	

Отсюда, принимая количества смешиваемых товаров за m_1 , m_2 и m_3 , а цены за p_1 , p_2 и p_3 , цену смеси по формуле можно вычислить так:

$$p = \frac{p_1 m_1 + p_2 m_2 + p_3 m_3}{m_1 + m_2 + m_3}.$$

497. Сплавлено 0,5 кг серебра 800-й пробы, 0,3 кг 600-й пробы и 0,2 кг 500-й пробы. Определить пробу сплава.

498. Для стройки заготовлено 5 куб. м камня. Камень приходилось доставлять из разных мест. Себестоимость 1 куб. м доставленного камня составила: 42,3 руб., 46,9 руб., 45,2 руб., 43,7 руб., 46,1 руб. Вычислить среднюю себестоимость 1 куб. м заготовленного камня.

499. На склад вывозили брёвна и дрова из трёх делянок.

Делянки	Вывезено древесины (в куб. м)		Расстояние до склада в км
	брёвен	дров	
1-я	816	1362	6
2-я	457	718	8
3-я	315	245	10

Вычислить среднее расстояние доставки на склад брёвен и дров отдельно (с точностью до 0,1 км).

500. В стакан чая (240 куб. см) положили 2 куска сахара, весом каждый 7,8 г. Какой раствор получился (в процентах)? (См. № 539.)

В задачах на смешение второго рода требуется определить количество или достоинство одного или нескольких смешиваемых или сплаваемых веществ по достоинству и количеству смеси или сплава, а также по достоинству веществ, входящих в смесь или сплав.

1. Определение цены или достоинства одного из смешиваемых или сплавляемых веществ

501. Смешано 3,5 л шестипроцентного раствора с 1,5 л другого раствора. Получился 20-процентный раствор. Определить процентный состав второго раствора.

502. Сплавлено 3,5 кг серебра 760-й пробы с 1,5 кг серебра неизвестной пробы. Получился сплав 712-й пробы. Определить пробу другого куска серебра.

2. Определение количества смешиваемых или сплавляемых веществ (или их пропорции)

503. Нужно составить 36 кг смеси из кофе ценой 57 руб. за килограмм и цикория ценой 9 руб. за килограмм так, чтобы цена смеси равнялась 45 руб. Сколько килограммов кофе и сколько килограммов цикория войдёт в состав смеси?

Решение. Сколько получится убытка при продаже 1 кг чистого кофе по цене смеси?

$$57 \text{ руб.} - 45 \text{ руб.} = 12 \text{ руб.}$$

Сколько получится прибыли при продаже 1 кг цикория по цене смеси?

$$45 \text{ руб.} - 9 \text{ руб.} = 36 \text{ руб.}$$

На какую часть килограмма кофе приходится 1 руб. (или 1 коп.) убытка?

$$1 \text{ кг} : 12 = \frac{1}{12} \text{ кг.}$$

На какую часть килограмма цикория приходится 1 руб. (или 1 коп.) прибыли?

$$1 \text{ кг} : 36 = \frac{1}{36} \text{ кг.}$$

Следовательно, чтобы не иметь ни прибыли, ни убытка, нужно на каждую $\frac{1}{12}$ кг кофе брать $\frac{1}{36}$ кг цикория, т. е. 36 кг разделить прямо пропорционально $\frac{1}{12}$ и $\frac{1}{36}$, или после освобождения от знаменателя $\frac{1}{12} : \frac{1}{36} = 36 : 12 = 3 : 1$. Всего частей $3 + 1 = 4$; на одну часть приходится $36 \text{ кг} : 4 = 9 \text{ кг}$. Сколько килограммов нужно взять кофе и цикория отдельно?

$$\begin{aligned} 9 \text{ кг} \times 3 &= 27 \text{ кг (кофе)}, \\ 9 \text{ кг} \times 1 &= 9 \text{ кг (цикория)}. \end{aligned}$$

Проверка. $57 \text{ руб.} \cdot 27 = 1539 \text{ руб.}$ — стоимость кофе.

$9 \text{ руб.} \cdot 9 = 81 \text{ руб.}$ — стоимость цикория.

Всего: $1539 \text{ руб.} + 81 \text{ руб.} = 1620 \text{ руб.}$

$45 \text{ руб.} \cdot 36 = 1620 \text{ руб.}$ — стоимость 36 кг смеси по 45 руб.

$1620 \text{ руб.} - 1620 \text{ руб.} = 0$. Значит, смесь составлена верно.

Решение задач на смешение второго рода принято записывать так:

$$\begin{array}{l} \text{I сорт } 57 \text{ руб.} \\ \text{II сорт } 9 \text{ руб.} \end{array} \left| \begin{array}{l} - 12 \text{ руб.} \\ + 36 \text{ руб.} \end{array} \right. \begin{array}{l} \\ 45 \text{ руб.} \end{array}$$

$$\text{I} : \text{II} = \frac{1}{12} : \frac{1}{36} = 36 : 12 = 3 : 1; 3 + 1 = 4.$$

$$\text{I сорт} - \frac{36 \text{ кг} \cdot 3}{4} = 27 \text{ кг} \text{ и II сорт} - \frac{36 \text{ кг} \cdot 1}{4} = 9 \text{ кг}.$$

Ответ. 27 кг кофе и 9 кг цикория.

504. На складе имеется два куса серебра: 840 -й и 600 -й пробы. Нужно сделать 10 ложек, по 40 г каждая, 750 -й пробы. По сколько граммов серебра нужно взять от каждого куска?

505. По сколько килограммов надо взять серной кислоты крепостью 90% и 60% , чтобы получить $3,6 \text{ кг}$ серной кислоты крепостью 80% ?

506. Для газона смешаны семена двух цветков, ценой 60 руб и 40 руб. за килограмм, и получена смесь ценой 45 руб. за килограмм.

Сколько килограммов семян каждого сорта взяли для составления смеси, если первого сорта взяли на 12 кг больше, чем второго?

У к а з а н и е. Найдите количество килограммов каждого сорта по их отношению и разности.

507. Смешано 6 л 15 -процентного соляного раствора и несколько литров 10 -процентного соляного раствора и получен 12 -процентный соляной раствор. Сколько литров взято 10 -процентного соляного раствора?

508. Куплено 42 кг конфет 2 -го сорта и 35 кг конфет 1 -го сорта и за обе покупки заплачено поровну. Сколько стоит килограмм каждого сорта, если килограмм 1 -го сорта на 13 руб. дороже килограмма 2 -го сорта?

3. Определение количества одного из смешиваемых или сплавляемых веществ

509. Сколько нужно прибавить воды при температуре 0° к 4 л воды при температуре 80° , чтобы получить смесь воды при температуре 20° ?

510. а) В сплаве весом $0,6 \text{ кг}$ 800 -й пробы нужно понизить пробу до 600 -й. Как это сделать?

б) В сплаве весом 0,4 кг 600-й пробы нужно повысить пробу до 800-й. Как это сделать?

511. Нужно сделать 3 золотых жетона 750-й пробы. Вес первого должен относиться к весу второго, как 0,1(9) : 0,3, третий должен быть в 1,5 раза тяжелее второго.

Для изготовления жетонов берут золото 650-й и 800-й пробы.

Сколько граммов золота нужно взять от каждого куска для выполнения заказа, если третий жетон на 9 г тяжелее второго?

512. В ювелирной мастерской имеется кусок серебра 800-й пробы весом 120 г. Нужно сделать 3 подстаканника, веса которых были бы прямо пропорциональны числам: 2,(7); 3,(3) и 2,(2). Первый подстаканник должен весить на 10 г тяжелее третьего.

Какой пробы получатся подстаканники, если недостающую часть серебра заменить медью?

513. Мастер сплавил три куска серебра: 800-й, 600-й и 500-й пробы и получил 2 кг сплава 705-й пробы. Вес первого куска относился к весу третьего куска, как 1,2 : 0,3. Найти вес каждого куска.

Решение. Обычно, когда смешиваются три вещества, задача допускает несколько решений, если не указано, в каком отношении находятся два из них. Так как в предложенной задаче дано отношение, в каком взяты первый и третий куски, то задача допускает только одно решение.

Упростим отношение: $1,2 : 0,3 = 4 : 1$.

Узнаем, на сколько проба всего сплава выше пробы каждого куска, входящего в состав сплава.

$$\begin{array}{l|l|l|l} \text{I кусок 800-й пробы} & & + 95 & + 380 \\ \text{II кусок 600-й пробы} & 705\text{-я проба} & - 105 & \\ \text{III кусок 500-й пробы} & & - 205 & - 205 \end{array} \left| \begin{array}{l} \\ \\ \frac{175}{105} = \frac{5}{3} \end{array} \right.$$

$$\text{I} : \text{II} : \text{III} = 4 : \frac{5}{3} : 1 = 12 : 5 : 3.$$

Первый кусок, если взять от него 4 части, даст избыток в 380 весовых частей благородного металла, а третий — недостаток в размере 205 весовых частей. За покрытием недостатка (380—205) остаётся свободных 175 весовых частей, которых достаточно для покрытия (175 : 105) частей сплава. Таким образом, веса сплавов пропорциональны 12; 5 и 3. Всего частей $12 + 5 + 3 = 20$. На одну часть приходится $2 \text{ кг} \cdot 20 = 0,1 \text{ кг}$. Вес первого куска $0,1 \cdot 12 = 1,2 \text{ кг}$, второго 0,5 кг и третьего 0,3 кг.

514. Смешали 25-процентный, 30-процентный и 40-процентный растворы серной кислоты, получен 1 кг 35-процентного раствора.

Сколько взято каждого раствора, если число граммов 30-процентного и 40-процентного раствора находилось в отношении $\frac{1}{3} : \frac{1}{5}$?

515. Латунь составляется из такого сплава меди и цинка, в котором вес цинка должен составлять 35% веса сплава. На металлургическом заводе было 2 куска, состоящих каждый из сплава меди и цинка. В первом куске на 21 часть меди приходится 19 частей цинка, во втором — на 13 частей меди 3 части цинка. По сколько килограммов нужно взять от каждого куска, чтобы получить 20 кг латуни?

Решение. В первом куске цинка и меди $19 + 21 = 40$ (частей); цинк составляет $\frac{19}{40}$ веса сплава; рассуждая так же, найдём, что во втором куске цинк составляет $\frac{3}{16}$ веса сплава этого куска. В сплаве, составленном из двух кусков, цинк составляет 35%, или $\frac{7}{20}$ всего сплава. Дальше задача решается по правилу смешения второго рода.

$$\begin{array}{l|l|l} \text{I кус. } \frac{19}{40} & & - \frac{5}{40} \\ \text{II кус. } \frac{3}{16} & \frac{7}{20} & + \frac{13}{80} \end{array} :$$

Веса относятся как $I : II = \frac{13}{80} : \frac{5}{40} = 13 : 10$; $13 + 10 = 23$ (части); $20 \text{ кг} : 23 = 9 \text{ кг}$; $9 \text{ кг} \cdot 13 = 117 \text{ кг}$ (I кусок) и $9 \text{ кг} \cdot 10 = 90 \text{ кг}$ (II кусок).

Проверка. $\frac{5 \cdot 13}{40}$ должно равняться $\frac{13 \cdot 10}{80}$, так как смесь составляется «без прибыли и убытка», т. е. недостача латуни в одном из кусков восполняется избытком его в другом куске:

$$\frac{5 \cdot 13}{40} = \frac{13 \cdot 10}{80} = \frac{13}{8}$$

516. В одном слитке на 9 частей чистого золота приходится 1 часть меди, а в другом на 3 части золота приходится одна часть меди. В каком отношении нужно сплавить эти два слитка для того, чтобы получился сплав, в котором на 7 частей чистого золота приходилась бы 1 часть меди?

Проценты

Проценты, как дроби, употребляются для выражения различных отношений между величинами. Прежде проценты употреблялись только в коммерческих вычислениях. В наше время процен-

ты стали языком науки, производственной и хозяйственной деятельности человека.

1% какого-нибудь числа есть одна сотая часть этого числа.

$$1\% = \frac{1}{100} = 0,01.$$

При решении задач на проценты нужно уметь числа, выраженные процентами, заменять дробными числами и, наоборот: дробные числа заменять процентами.

Ниже даётся таблица, которая может облегчить пользование процентами.

$$1\% = \frac{1}{100} = 0,01$$

$$20\% = \frac{1}{5} = 0,2$$

$$2\% = \frac{1}{50} = 0,02$$

$$25\% = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$4\% = \frac{1}{25} = 0,04$$

$$50\% = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$5\% = \frac{1}{20} = 0,05$$

$$12,5\% = \frac{1}{8} = 0,125$$

$$10\% = \frac{1}{10} = 0,1$$

$$33\frac{1}{3}\% = \frac{1}{3} = 0,(3)$$

$$16\frac{2}{3}\% = \frac{1}{6} = 0,1(6).$$

517. Заменить проценты десятичными дробями: 7%; 9%; 13%; 0,5%; 0,12%; 0,275%; 1,5%; 27,85%; 143,5%; 124,75%; 1375%; 1800%; 2000%.

Указание. Так как процент составляет 0,01 числа, то, чтобы заменить процентное число десятичной дробью, достаточно найти одну сотую данного числа, или разделить на 100.

$$7\% = 7 \cdot 0,01 = 0,07; 342,85\% = 3,4285.$$

518. Выразить в процентах: 1; 2; 3; 0,7; 0,35; 2,3; 32,75; 475,7; 8,478.

Указание. Чтобы перейти от десятичного числа к процентному числу, нужно десятичное число разделить на 0,01, или умножить на 100.

1. Нахождение нескольких процентов от числа

519. Население города, насчитывающее 48 000 человек, за 5 лет увеличилось на 12%. Сколько жителей стало в городе?

Ответ. 53 760 чел.

Решение.

1-й способ. $12\% = 0,12$; $48\ 000 \text{ чел.} \cdot 0,12 = 480 \cdot 12 = 5760 \text{ чел.}$; $48\ 000 \text{ чел.} + 5760 \text{ чел.} = 53\ 760 \text{ чел.}$

2-й способ (приведение к единице). 48 000 чел., как целое, принимается за 100%. Нужно найти 12%. Записываем так:

$$\begin{array}{l|l} 48\,000 \text{ чел.} - 100\% & x = \frac{48\,000 \cdot 12}{100} = 5760 \text{ (чел.)} \\ x \text{ чел.} - 12\% & \end{array}$$

1% от 48 000 равен $\frac{48\,000}{100}$, а 12% от 48 000 равны $\frac{48\,000 \cdot 12}{100}$, или 5760 чел. и т. д.

3-й способ. $100\% + 12\% = 112\%$ или 1,12.

$$48\,000 \text{ чел.} \cdot 1,12 = 53\,760 \text{ чел.}$$

520. Что больше: 0,6% от 7,5 или 0,5% от 8?

521. Что больше: 0,8% от 2,5 или 2,5% от 0,8?

522. В совхозе имеется прямоугольный участок земли, длина которого 1,5 км, а ширина составляет 0,6 длины. 36% этой площади занято лесом. Определить площадь леса.

523. Из свекловицы выходит 16% сахара. Сколько сахара выйдет из 22 т 5 ц свекловицы?

524. Сколько получится муки при размоле 1 т 5 ц пшеницы, если вес муки составляет 80% веса пшеницы?

525. Куриное яйцо содержит по весу 56% белка, 40% желтка, а остальное весит скорлупа. Сколько весит скорлупа, если яйцо весит 65 г?

526. Рабочий-стахановец подписался на заём в размере 40% своего месячного заработка. Сколько рублей он будет вносить в месяц, если подписка реализуется в течение 10 месяцев, а его заработок 1200 руб.?

527. Куриное яйцо содержит 12% белков, 12% жира, 74% воды и 2% минеральных веществ. Сколько граммов весит каждая составная часть куриного яйца, если яйцо весит 48 г?

528. Для посева было оставлено 56,78 т картофеля. Через 6 месяцев выяснилось, что картофель потерял от усыхания 15%. Сколько тонн картофеля осталось?

Нахождение нескольких процентов от числа можно производить иногда перестановкой сомножителей.

Например: вместо 84% от 25 можно переставить сомножители и найти 25% от 84, или $\frac{1}{4}$ от 84; $84 \cdot \frac{1}{4} = 21$; вместо 48% от 1250 можно взять 12,5% от $48 \cdot 100$ или $\frac{1}{8}$ от $48 \cdot 100 = 600$.

529. Найти:

а) 3% от 400; б) $2 \frac{1}{2}$ от 1600 руб.; в) 72% от 2500; г) 4% от 375; д) 24% от 750; е) 84,2% от 1500 руб.

Нахождение нескольких процентов числа на счётах.

При нахождении нескольких процентов числа на счётах следует пользоваться, во-первых, таблицей, данной на стр. 113, во вторых, способом перестановки сомножителей и, в-третьих, разложением данного числа процентов на такие слагаемые, которые дают возможность использовать приведённую выше таблицу (см. стр. 110).

Нахождение нескольких процентов от числа можно вычислять ещё разложением числа процентов на части.

Пример. $22\frac{1}{2}\%$ от 460 = 103,5.

$$22\frac{1}{2}\% = 20\% + 2\% + \frac{1}{2}\%$$

$$20\% \text{ от } 460 = 460 : \frac{5}{10} = 92 \quad (20\% = \frac{1}{5})$$

$$2\% \text{ от } 460 = 92 : 10 = 9,2 \quad (2\% = \frac{1}{10} \text{ от } 20\%)$$

$$\frac{1}{2}\% \text{ от } 460 = 4,6 : 2 = 2,3 \quad (1\% : 2)$$

530. Найти:

45% от 960	45% = 50% — 5%
55% > 460	55% = 50% + 5%
35% > 860	35% = 25% + 10%
60% > 7200	60% = 50% + 10%
14% > 750	14% = 10% + 5% — 1%

Вычисление процентов на конторских счётах производится по общим правилам, но с применением некоторых упрощений, которые вытекают из знания приёмов умножения и деления на счётах. Не углубляясь в изучение этих приёмов и пользуясь теми правилами нахождения процентов, которые указаны выше, можно решать задачи на проценты и на счётах.

Чтобы найти 1% от числа, достаточно отложить это число на конторских счётах двумя проволоками ниже.

Пример 1. Найти 1% от 23 475 руб. Число 23 475 откладывается не с 5-й проволоки, а с 7-й. Читаем: 234 руб. 75 коп.

Если нужно найти 2% и 3%, найденное число повторяется слагаемым 2, 3 и т. д. раз.

Для нахождения 10% достаточно положить на счётах $\frac{1}{10}$ данного числа. Для нахождения 5% взять половину 10% и т. д.

Для нахождения 22% достаточно отложить два раза по 10% и к полученной сумме прибавить ещё одну десятую часть её.

В задачах на нахождение числа по одному его проценту достаточно сложить это число двумя проволоками выше.

Так, если 1% от неизвестного числа равен 23 руб. 75 коп., то всё число откладывается не с 6-й проволоки, а с 8-й и читается 2375 руб.

Дано, что 23 руб. 75 коп. составляют 5% искомого числа. Находим всё число. Производя деление на счётах так же, как на бумаге: $23 : 5 = 4 + 3$ в остатке, 4 оставляем на 7-й проволоке; $37 : 5 = 7 + 2$ в остатке, 7 оставляем на 6-й проволоке; $25 : 5 = 5$, оставляем 5 на 5-й проволоке.

Ответ 475 (руб.).

На счётах удобно производить деление на 2; 3; 6; 5 и 10, а также на соответствующие десятичные доли.

Таблица для вычисления процентов

Число %	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1
2	0,02	0,04	0,06	0,08	0,1	0,12	0,14	0,16	0,18	0,2
3	0,03	0,06	0,09	0,12	0,15	0,18	0,21	0,24	0,27	0,3
4	0,04	0,08	0,12	0,16	0,2	0,24	0,28	0,32	0,36	0,4
5	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5
6	0,06	0,12	0,18	0,24	0,3	0,36	0,42	0,48	0,54	0,6
7	0,07	0,14	0,21	0,28	0,35	0,42	0,49	0,56	0,63	0,7
8	0,08	0,16	0,24	0,32	0,4	0,48	0,56	0,64	0,72	0,8
9	0,09	0,18	0,27	0,36	0,45	0,54	0,63	0,72	0,81	0,9
10	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0

Пользуясь этой таблицей, находят проценты от любого числа.

Пример 1. Найти 7% от 4984. В колонке под 7% находим против числа 4 семь процентов от единицы 0,28. Увеличим 0,28 в 1000 раз, пишем 280, далее в той же колонке находим против числа 9 число 0,63. Увеличиваем это число в 100 раз и получаем 63, также находим 7% от 80, равные 5,6 и 7% от 4, равные 0,28, и складываем полученные числа.

$$\begin{array}{r}
 \text{Запись: } 7\% \text{ от } 4984 = 348,88 \\
 7\% \text{ от } 4000 = 280 \quad (0,28 \cdot 1000) \\
 \gg \gg 900 = 63 \quad (0,63 \cdot 100) \\
 \gg \gg 80 = 5,6 \quad (0,56 \cdot 10) \\
 \gg \gg 4 = 0,28 \\
 \hline
 348,88
 \end{array}$$

Сложение можно производить на счётах.

Пример 2. Найти 33% от 973.

$$\begin{array}{r}
 3\% \text{ от } 900 = 27 \\
 \gg \gg 70 = 2,1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3\% \text{ от } 3 = 0,09 \\
 \hline
 3\% \text{ » } 973 = 29,19 \\
 30\% \text{ » } 973 = 291,9 \\
 \hline
 \phantom{3\% \text{ от }} 321,09 \\
 33\% \text{ от } 973 = 321,09.
 \end{array}$$

531. Найти 7% от 19 485; 8% от 2455; 9% от 1565; 12% от 849; 36% от 786; 55% от 9489.

2. Нахождение числа по его проценту

532. На уроке отсутствуют 3 ученика, что составляет 7,5% всего числа учащихся этого класса. Сколько учащихся в этом классе (по списку)?

Решение.

1-й способ. $7,5\% = 0,075$; 0,075 составляют 3 ученика.

$$3 : 0,075 = 40 \text{ (уч.)}$$

$$\begin{array}{l|l}
 \text{2-й способ. } 7,5\% - 3 \text{ уч.} & x = \frac{3 \cdot 100}{7,5} = 40 \text{ (уч.)} \\
 100\% - x \text{ уч.} &
 \end{array}$$

7,5% составляют 3 ученика; 1% в 7,5 раза меньше, или $\frac{3}{7,5}$, а целое, принимаемое за 100%, в 100 раз больше: $\frac{3 \cdot 100}{7,5}$ или 40 (учеников).

Ответ. 40 учеников.

533. В колхозе $66\frac{2}{3}\%$ всей земельной площади занято под пашней, 40% оставшейся земли под лугами, а остальная площадь 240 га под лесом. Сколько гектаров земли у колхоза?

Решение. Принимаем всю землю за 100%;

$$100\% - 66\frac{2}{3}\% = 33\frac{1}{3}\%; \text{ находим } 40\% \text{ от } 33\frac{1}{3}\%, \text{ т. е.}$$

$$\frac{100 \cdot 40}{3 \cdot 100} = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}\%; \quad 33\frac{1}{3}\% - 13\frac{1}{3}\% = 20.$$

20% неизвестного числа равны 240 га, 1% в 20 раз меньше, или $\frac{240}{20}$ га, и 100% в 100 раз больше, или $\frac{240 \cdot 100}{20}$ га = 1200 га.

534. Учитель средней школы $16\frac{2}{3}\%$ получаемой им ежемесячно зарплаты расходует на культурные нужды, $66\frac{1}{3}\%$ на питание и другие нужды, а остающиеся 170 руб. вносит на хранение в сберкасса. Как велика зарплата учителя?

535. Рабочий уплатил членские взносы в профсоюз и кассу взаимопомощи всего 23,5 руб., что составляет 2% его заработка. Каков заработок рабочего?

536. Мясо теряет при варке 35% своего веса. Сколько надо взять сырого мяса, чтобы приготовить 650 обедов, содержащих по 40 г варёного мяса?

537. Товар со скидкой в 4% продан за 1200 руб. Какова стоимость товара?

3. Определение процентного отношения двух чисел

538. В цехе работают 60 рабочих; из них 24 комсомольца. Определить, сколько процентов от всего числа рабочих составляют комсомольцы.

Решение. Найдём, какую часть всего числа рабочих составляют комсомольцы. Для этого делим 24 на 60, получаем 0,4, или 0,4 от 100, т. е. 40%. Итак, чтобы найти процентное отношение двух чисел, надо найти их отношение, т. е. разделить одно число на другое, и ответ выразить в процентах, умножив отношение на 100.

539. Найти процентное отношение следующих чисел:

1) 60 от 120; 4) $2\frac{1}{4}$ от 36; 7) $4\frac{1}{4}$ от 34;

2) 60 от 80; 5) 4,2 от 70; 8) $2\frac{1}{2}$ от 37,5;

3) 75 от 100; 6) 1,7 от 68; 9) $7\frac{1}{4}$ от 58.

Ответ. 1) 50%; 2) 75%; 3) 75%; 4) 6,25%; 5) 6%; 6) 2,5%; 7) $12\frac{1}{2}$ %; 8) $6\frac{2}{3}$ %; 9) $12\frac{1}{2}$ %.

Указание. Чтобы найти процентное отношение 1,7 к 5,1, вычисление записываем так: $1,7 : 5,1 = 0,333$, или $\approx 33,3\%$.

540. Из 2000 зёрен пшеницы 1850 оказались всхожими. Определить процент всхожести семян.

541. Определить процент соли в растворе, если растворить 5 г соли в 300 г воды.

542. Из 40 кг сырого кофе получили 35 кг жареного. Сколько процентов своего веса теряет кофе при жарении?

543. Книжный киоск получает книги со скидкой 20% с обозначенной на книгах цены, а продаёт по обозначенным ценам. Сколько процентов прибыли получает киоск?

544. Вычислить в процентах с точностью до 0,1% выполнение плана реализации продукции в каждом квартале на основе следующих данных:

545. У рабочего на сберкнижке имеется 4800 руб. Сколько дохода от вклада по 3% получит рабочий за 8 месяцев?*

Решение. Сберкасса за каждые 100 руб. в год, или

Кварталы	Реализация (в тыс. руб.)		% выполнения
	план	фактический оборот	
1	920,0	980,0	
2	940,0	905,0	
3	930,0	900,0	
4	960,0	978,0	

12 месяцев, выплачивает вкладчикам 3 руб. Следует узнать, сколько дохода получится с 4800 руб. за 8 месяцев по 3%. С каждых 100 руб. в год получается дохода 3 руб. С 1 руб. в год вкладчик получит дохода $\frac{3}{100}$ руб., а с 4800 руб. в 4800 раз больше, или

$\frac{3 \cdot 4800}{100}$ руб. Такая прибыль получается в 12 месяцев. В 1 месяц

прибыли будет в 12 раз меньше, или $\frac{3 \cdot 4800}{100 \cdot 12}$ руб., а в 8 месяцев

в 8 раз больше, или $\frac{3 \cdot 4800 \cdot 8}{100 \cdot 12}$ руб., или 96 руб. Короче можно

записать так:

$$4800 \cdot 0,03 = 144 \text{ (руб.)};$$

$$144 : 12 \times 8 = 96 \text{ (руб.)}.$$

Если рабочий закрывает свой счёт и берёт деньги обратно, то он получит 4800 руб. и ещё 96 руб. процентных денег (или дохода). 4800 руб. называют начальным вкладом; 96 руб. — процентные деньги, 3% — процентная такса, а 8 месяцев — время. 4800 руб. + 96 руб. = 4896 руб. называют наращённым вкладом.

Ответ. 96 руб.

546. Найти процентные деньги и наращённый вклад по данным следующей таблицы.

Вклад	Годовой процент	Время	Н а й т и	
			доход от вклада	наращённый вклад
300 руб.	3%	4 мес.	?	?
4200 »	3%	4 »	?	4242 руб.
3000 »	5%	6 »	?	?
200 »	5%	4 »	?	?
8400 »	3%	8 »	168 руб.	?
9600 »	3%	150 дней	?	?

Примечание. Месяц принимается за 30 дней, а год за 360 дней, если не дано календарного обозначения времени.

* Задачи на денежные расчёты даются согласно программе в простых процентах.

Каждое из данных приведённой выше таблицы может быть и искомым, а потому при решении задач на проценты различают ещё следующие виды задач:

- а) нахождение первоначального вклада,
- б) определение годового процента и
- в) вычисление времени.

4. Нахождение первоначального вклада

547. Какой вклад, отданный по 3%, через 1 год 4 мес. принесёт 160 руб. дохода?

Решение. Из условия задачи следует, что за 1 год 4 мес., или за $1\frac{1}{3}$ года, вклад принесёт не 3%, а в $1\frac{1}{3}$ раза больше, т. е. $\frac{3 \cdot 4}{3} = 4\%$. Следовательно, 4% искомого вклада составляют 160 руб. 1% искомого вклада в 4 раза меньше, или $\frac{160}{4}$ руб., а так как искомым вклад составляют 100%, то он в 100 раз больше, или $\frac{160 \cdot 100}{4}$ руб. = 4000 руб.

5. Определение годового процента

548. По сколько процентов надо положить вклад в 750 руб., чтобы в 8 месяцев иметь 25 руб. дохода?

Решение. 25 руб. прибыли получено с 750 руб. в 8 месяцев. Прибыль с 1 руб. в 8 месяцев будет в 750 раз меньше, или $\frac{25}{750}$ руб. Такая прибыль получается с 1 руб. в 8 месяцев. В 1 месяц прибыли будет в 8 раз меньше, или $\frac{25}{750 \cdot 8}$ руб., а так как годовой процент высчитывается на 100 руб. в год, или 12 месяцев, то прибыль с одного рубля в 12 месяцев будет в 12 раз больше, или $\frac{25 \cdot 12}{750 \cdot 8}$ руб., а со 100 руб. в 100 раз больше, т. е. $\frac{25 \cdot 12 \cdot 100}{750 \cdot 8}$ руб. = 5 руб. Доход в 5 руб. на каждые 100 руб. вклада составляет 5%.

6. Вычисление времени

549. На сколько времени надо положить в сберкасса 2400 руб. по 3%, чтобы получить 48 руб. процентных денег?

Решение. Из условия задачи следует, что каждые 100 руб. в 1 год приносят 3 руб. дохода. Чтобы на 1 руб. вклада получить 3 руб. дохода, потребуется времени не 1 год, а в 100 раз больше,

или 1 · 100 (лет), а для получения этого дохода с суммы в 2400 руб. потребуется времени в 2400 раз меньше, или $\frac{1 \cdot 100}{2400}$ лет.

Сколько времени нужно, чтобы получить прибыль в 3 руб.? Чтобы получить прибыль в 1 руб., времени нужно в 3 раза меньше, или $\frac{1 \cdot 100}{2400 \cdot 3}$, а чтобы получить 48 руб. прибыли, нужно времени в 48 раз больше, или $\frac{1 \cdot 100 \cdot 48}{2400 \cdot 3}$ лет. По сокращении получаем $\frac{2}{3}$ года, или 8 месяцев.

550. Принимая любое данное таблицы за неизвестное, определите его по другим данным:

Вклад	Годовой процент	Время	Доход от вклада
300 руб.	3%	1,5 г.	13,5 руб.
1200 »	5%	4 мес.	20 »
3400 »	3%	2 г. 8 мес.	272 »
400 »	6%	135 дн.	9 »

Сделайте то же по таблице к задаче № 456.

551. Выход рисовой рассыпчатой каши составил 33 кг 600 г. Сколько было затрачено риса, если приварок составил 180%.

552. Выпечено 375,5 кг хлеба. При остывании хлеб потерял 2,75% своего веса. Вычислите, на сколько килограммов уменьшился вес хлеба.

553. При выпечке формового ржаного хлеба припёк составляет 56%. Сколько должно быть получено хлеба, если в производство отпущено 250 кг ржаной обойной муки?

554. Встречный план превышает на 20% первоначальный план. В результате десяти месяцев работы было выполнено 95% встречного плана. На сколько процентов был перевыполнен первоначальный план по прошествии десяти месяцев?

Решение. Встречный план: $100\% + 20\% = 120\%$.

95% встречного плана = $\frac{120 \cdot 95}{100} = 114\%$; перевыполнение плана $114\% - 100\% = 14\%$.

555. Номинальная заработная плата увеличилась на 20%, а цены на товары снизились одновременно с этим на 20%. На сколько процентов увеличилась реальная зарплата?

556. Рабочий должен обработать за месяц 1250 деталей, он перевыполнил норму на 8%. За каждую деталь, выпущенную в счёт нормы, он получал 70 коп., а за деталь сверх нормы — на 15% больше. Найти заработок рабочего за этот месяц.

557. Процентные деньги с 1 680 000 руб. за 1 год и 2 месяца по 3% годовых были распределены между 3 школами и при этом оказалось, что эти суммы пропорциональны числам: 0, (1); 0,08 (3) и 0,11 (6). Школа, получившая наибольшую сумму, израсходовала $\frac{4}{105}$ таковой на покупку 300 учебников ценой в 2,4 руб. и 3,6 руб.

Сколько учебников по той и другой цене в отдельности купила школа?

Анализ. Для определения числа купленных учебников по каждой цене (в отдельности) нужно знать их стоимость. Но стоимость учебников равна большей из трёх частей, на которые был разделён доход с 1 680 000 руб., поэтому решение задачи распадается на три части:

I. Вычисление дохода с 1 680 000 руб. за 1 год 2 мес. по 3% годовых $= \frac{1\,680\,000 \cdot 3 \cdot 14}{12 \cdot 100} = 58\,800$ (руб.).

II. Нахождение той части денег, на которую были куплены книги. $0, (1) : 0,08 (3) : 0,11 (6) = \frac{1}{9} : \frac{75}{900} : \frac{105}{900} = 20 : 15 : 21;$

$20 + 15 + 21 = 56; \frac{58\,800 \cdot 21}{56} = 22\,050$ (руб.), $\frac{22\,050 \cdot 4}{105} = 840$ (руб.)

III. Определение числа купленных учебников (в отдельности) производится по способу предположения или по правилу смешения. Воспользуемся последним правилом. Средняя цена учебника: 840 руб.: 300 = 2 руб. 80 коп.; 2 руб. 80 коп. — 2 руб. 40 коп. = 40 коп.: 3 руб. 60 коп. — 2 руб. 80 коп. = 80 коп.; книги куплены в отношении обратным числам 40 и 80, или 2 : 1; 2 + 1 = 3; 300 : 3 = 100; 100 · 2 = 200.

Ответ. По 3 руб. 60 коп. куплено 100 книг и по 2 руб. 40 коп. 200 книг. Проверьте!

558. Мастерская имела 2 куска серебра 860-й пробы и 730-й пробы, причём первый кусок был на 1,2 кг легче второго. Сплавив оба куска, мастерская получила кусок сплава 780-й пробы и из полученного куска сплава сделала 3 сервиза, причём вес первого сервиза оказался тяжелее веса второго во столько раз, во сколько $2\frac{1}{3}$ больше 0,4(6), а вес третьего сервиза на 20% легче первого. Определить вес каждого сервиза.

Указание. По правилу смешения находим прибыль и убыток против ценности сплава (—80 и +50); составляем отношение обратно пропорционально этим числам (5 : 8) и по разности в весе кусков 1,2 кг и по разности в частях (8—5) находим вес каждого куска: I кус. $(1,2 : 3 \cdot 5) = 2$ (кг), II кус. $(1,2 : 3) \cdot 8 =$

$= 3,2$ (кг). Зная вес каждого куска, легко найти вес каждого сервиза.

559. Кормовая трава «тиммофеевка» высевается по 15 кг на гектар. Обычно всходит 80%. При этом в среднем на каждом квадратном дециметре получается 48 растений. Вычислить число семян в 1 г.

560. Производительность труда при выполнении определённой работы повысилась на 40%. На сколько процентов сократилось время для выполнения этой работы?

В данной задаче имеет место обратно пропорциональная зависимость между величинами: во сколько раз увеличивается производительность труда, во столько же раз уменьшится время для выполнения этой работы.

Задачу можно также решить способом пропорций. Принимая первоначальную производительность труда за 100%, а первоначальное время, необходимое для выполнения работы, также за 100%, имеем:

Производительность	Время выполнения работы
100%	100%
140%	x

$$x : 100 = 100 : 140; \quad x = \frac{100 \cdot 100}{140} = 71 \frac{3}{7} = 71,4\%.$$

Вычтя полученное число из 100%, получаем: $100\% - 71,4\% = 28,6\%$.

561. Время, необходимое для изготовления некоторой детали машины, уменьшилось на 20%. На сколько процентов увеличилась производительность труда?

562. Объём строительных работ увеличивается на 80%. На сколько процентов нужно увеличить число рабочих, если производительность труда будет увеличена на 20%?

IV К Л А С С

П Р И Б Л И Ж Е Н Н Ы Е В Ы Ч И С Л Е Н И Я

Разность между истинным значением числа и его приближённым значением (со знаком плюс или минус) называется *абсолютной погрешностью* числа.

Найти абсолютную погрешность приближённого числа 0,66, если его истинное значение $\frac{2}{3}$.

Р е ш е н и е. $\frac{2}{3} - 0,66 = 0,6666... - 0,66 = 0,0066... \approx 0,007$.

Абсолютную погрешность принято выражать десятичными дробями (0,007).

563. Найти абсолютную погрешность числа 0,714, представляющего приближённое значение дроби $\frac{5}{7}$.

564. Найти абсолютную погрешность, которая получается, если 1 фунт принимать за 400 г. Известно, что более точно 1 фунт = 409,51 г.

Отношение абсолютной погрешности приближённого числа к самому значению приближённого числа называется *относительной погрешностью*; эта зависимость выражается формулой так:

$b = \frac{A}{N}$, где b — относительная погрешность, A — абсолютная погрешность, а N — приближённое значение величины. Для определения по этой формуле A (делимого) достаточно b умножить на N .

565. Определить относительную погрешность числа 5,47, если его абсолютная погрешность равна 0,005.

Р е ш е н и е. $b = \frac{0,005}{5,47} = \frac{5}{5470} = \frac{1}{1094} \approx 0,001 = 0,1\%$

566. Определить относительную погрешность приближённого числа 17,9, если его абсолютная погрешность равна 0,179.

Пользуясь формулой, устанавливающей связь между абсолютной погрешностью, приближённым числом и его относительной погрешностью, решить следующие примеры:

N	A	b
приближённые числа	абсолютные погрешности	относительные погрешности
4,1	0,05	?
0,654	0,001	?
48,4	?	1%
0,348	?	0,5%
260	5	?
3,40		0,5%

Число верных знаков приближённого числа называют число его цифр, начиная от первой слева, не равной нулю.

567. Определить число верных знаков в числах: 3,14; 27,005; 0,23; 0,0003; 0,137; 0,0137; 0,000137.

Правило дополнения. Если первая из отбрасываемых цифр больше 5 или равна 5, то к последней из оставшихся цифр прибавляется единица.

568. Написать по правилу дополнения с тремя верными знаками числа: 2,3264; 0,04273; 72,347; 740,54; 4797; $\frac{1}{3}$; $\frac{22}{7}$; $\frac{5}{13}$.

Указание. При решении примеров с обыкновенными дробями следует предварительно выразить их десятичными дробями, вычислив число знаков на 1 больше заданного числа верных знаков.

На практике вместо точного вычисления абсолютной и относительной погрешностью пользуются их приближёнными предельными значениями. Так, если нужно найти абсолютную погрешность числа $\frac{2}{3}$ и его приближённого значения, то за приближённое значение числа можно принять 0,66 с недостатком и 0,67 с избытком; разность этих приближённых значений равна 0,01, что даёт *среднюю предельную* абсолютную погрешность, равную $0,01 : 2 = 0,005$, т. е. половине единицы следующего разряда.

569. Пользуясь этим разъяснением, найти абсолютную погрешность следующих чисел, написанных определённым числом верных знаков:

Приближённые числа	Число верных знаков	Абсолютные погрешности
46,8	3	0,05
2074	4	0,5
0,8750	4	0,00005
2,078	?	?
3,76	?	?
4,8	?	?
0,005	?	?

Пусть дано приближённое число 24,8; абсолютная его погрешность 0,05; относительная погрешность $\frac{0,05}{24,8}$. Для определения относительной погрешности приближённого числа в верных знаках поступаем так: умножим числитель и знаменатель на 2, получим $\frac{2 \cdot 0,05}{2 \cdot 24,8} = \frac{0,1}{2 \cdot 24,8} = \frac{1}{2 \cdot 248}$; отсюда можно сделать вывод, что абсолютная погрешность приближённого числа, написанного с верными знаками, равна половине дроби, числитель которой равен 1, а знаменатель образован верными знаками данного числа.

Найти относительную погрешность приближённого числа 8,3, написанного с двумя верными знаками.

$$b = \frac{1}{2 \cdot 83} = \frac{1}{166} = \frac{6}{996} \approx 0,006 = 0,6\%$$

570. Вычислить абсолютные и относительные погрешности следующих чисел по указанному в таблице числу верных знаков:

Приближённое число	Число верных знаков	Абсолютные погрешности	Относительные погрешности
0,03182	2	0,005	$\frac{1}{2 \cdot 32} \approx 0,016 = 1,6\%$
75	3	0,5	$\frac{1}{2 \cdot 376} \approx 0,0014 = 0,14\%$
3 278,42	4	0,05	$\frac{1}{2 \cdot 2784} \approx ? \quad ?$
453	2	?	? ?
5,378	3	?	? ?
37,650	5	?	? ?

571. Вычислить с точностью до 0,001.

1) $7,654321 + 0,00746 + 4,25672896 + 0,45726029$,

2) $5,6742781 - 4,097825$,

3) $4 \frac{7}{19} - 3,3715$.

572. Найти с тремя десятичными знаками сумму:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{7} + \frac{1}{11}.$$

573. Вычислить сумму $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9}$ с тремя

«верными» знаками.

¹ В данной задаче и последующих при обращении обыкновенных дробей в десятичные, можно воспользоваться таблицей обратных величин чисел.

574. Найдите значение:

$$x = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + \frac{1}{32} - \frac{1}{64},$$

обращая все дроби в десятичные с 3 десятичными знаками. Для проверки сделать вычисление ещё раз уже в обыкновенных дробях и сравнить результаты.

Таблица обратных величин чисел от 1 до 100.

Чис- ла	Обрат- ные ве- личины	Чис- ла	Обрат- ные ве- личины	Чис- ла	Обрат- ные ве- личины	Чис- ла	Обра- тые ве- личины
1	1,0000	26	0,0385	51	0,0196	76	0,0132
2	0,5000	27	0,0370	52	0,0192	77	0,0130
3	0,3333	28	0,0357	53	0,0189	78	0,0128
4	0,2500	29	0,0345	54	0,0185	79	0,0127
5	0,2000	30	0,0333	55	0,0182	80	0,0125
6	0,1667	31	0,0323	56	0,0179	81	0,0123
7	0,1429	32	0,0313	57	0,0175	82	0,0122
8	0,1250	33	0,0303	58	0,0172	83	0,0120
9	0,1111	34	0,0294	59	0,0169	84	0,0119
10	0,1000	35	0,0286	60	0,0167	85	0,0118
11	0,0909	36	0,0278	61	0,0164	86	0,0116
12	0,0833	37	0,0270	62	0,0161	87	0,0115
13	0,0769	38	0,0263	63	0,0159	88	0,0114
14	0,0714	39	0,0256	64	0,0156	89	0,0112
15	0,0667	40	0,0250	65	0,0154	90	0,0111
16	0,0625	41	0,0244	66	0,0152	91	0,0110
17	0,0588	42	0,0238	67	0,0149	92	0,0109
18	0,0556	43	0,0233	68	0,0147	93	0,0108
19	0,0526	44	0,0227	69	0,0145	94	0,0106
20	0,0500	45	0,0222	70	0,0143	95	0,0105
21	0,0476	46	0,0217	71	0,0141	96	0,0104
22	0,0455	47	0,0213	72	0,0139	97	0,0103
23	0,0435	48	0,0208	73	0,0137	98	0,0102
24	0,0417	49	0,0204	74	0,0135	99	0,0101
25	0,0400	50	0,0200	75	0,0133	100	0,0100

575. Умножить: а) $176,45 \cdot 8 \frac{17}{48}$ (с точностью до 0,01);

б) $2024,56 \cdot 7 \frac{5}{6}$ (с точностью до 1); в) $25,643 \cdot 6 \frac{3}{4}$ (с точностью до 0,01); г) $7,145 \cdot 3 \frac{7}{12}$ (с точностью до 0,1).

576. Произвести деление (точность указана в скобках):

а) 257,20359 : 31,5376 (до 0,01); б) 49 003 : 4,25 (до 0,01);

в) 59,612 : 0,365 (до 1); г) 0,0723 : 1,235 (до 0,01); д) 12,64 : 375,675 (до 0,01); е) 126,35 : 1683,925 (до 0,01); ж) 63,437 : 6,00062 (до 0,001); з) 31459,61 : 0,3245 (до 1).

577. Субстратостат СССР ВР-79 поднялся в воздух 25/X 1950 г. в 10 час. 41 мин. и спустился 28/X 1950 г. в 22 час. 10 мин., пройдя расстояние 3100 км. Найти среднюю скорость субстратостата в 1 мин. с точностью до 1 м.

578. Субстратостат СССР ВР-79 имел объём около 2500 куб. м. Во сколько раз объём его больше объёма классной комнаты, имеющей размеры 8 м × 6 м × 3 м?

579. Планом первой послевоенной пятилетки предусмотрено производство хлопка-сырца в 1950 г. в количестве 3,1 млн. т, что превышает производство хлопка-сырца в 1940 г. на 15%.

Вычислите в миллионах тонн увеличение производства хлопка-сырца в 1950 г. по сравнению с 1940 г. с точностью до 0,1 млн.

580. В 1913 г. в России добывалось 9,2 млн. т нефти; в 1929 г. добыча нефти составила 13,8 млн. т, а в 1940 г. 31 млн. т. Выразить рост добычи нефти в процентах по сравнению с 1913 г. (с точностью до 1).

Приблизительный живой вес коровы

Умножьте длину *AB* (полный обхват) на длину *CD* (в см), произведение разделите на 50 и получите живой вес коровы в килограммах.

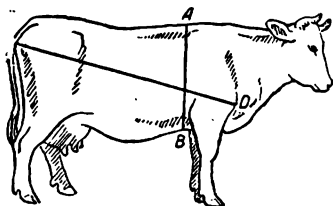


Рис. 14.

Сделайте эти измерения у коров в вашем хозяйстве и узнайте их живой вес.

581. По этой табличке определите недостающие данные.

Длина <i>AB</i> в см	Длина <i>CD</i> в см	Живой вес в кг
180	?	720
?	165	675
175	170	?

Как узнать живой вес свиньи?

Для приблизительного определения живого веса свиней измеряют длину туловища от затылка до корня хвоста и обхват груди за передними ногами. Произведение полученных чисел делят на 430 для упитанных животных, на 480 для нормальных и на 530

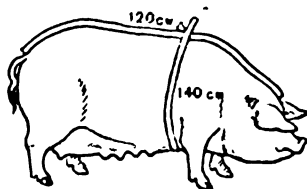


Рис. 15.

для тощих. Результат является живым весом свиньи в килограммах.

$$(120 \cdot 140) : 430 \approx 39 \text{ (кг)}.$$

582. Как пелик живой вес свиньи, имеющей 80 см в длину и 90 см в объёме груди?

Сделайте эти измерения на свиньях в вашем хозяйстве и определите их живой вес в килограммах.

Убойный вес коровы после потрошения составляет 52% живого веса. Сколько весит коровья туша, живой вес которой был 0,4 тонны.

583. Найдите недостающие данные:

Название животных	Живой вес	Сколько процентов составляет убойный вес	Убойный вес
Бык	0,7 т	59%	?
Телёнок	0,5 ц	63%	?
Овца	?	55%	22 кг
Свинья	?	82%	1,23 ц

Комбинированные задачи по всему курсу арифметики

584. Записать 1785 по двоичной, троичной, пятиричной и семиричной системе счисления и сделать вывод, в какой зависимости находится число цифр числа и основание системы счисления.

585. Числа, написанные по другим системам счисления, выразить в десятичной системе счисления:

$$123_{(4)} = \dots; 234_{(5)}; 178_{(9)}; 2002_{(6)}; 3030_{(7)}; 3000_{(8)}; 1000_{(5)}.$$

$$586. \left[1 \text{ куб. м } 10 \text{ куб. дм} - 101 \times (90 \text{ куб. дм} - \frac{3 \text{ куб. м} - 3 \text{ куб. см}}{37}) \right] : 4 \text{ куб. дм } 747 \text{ куб. см.}$$

$$587. 28 \text{ кв. м } 26 \text{ кв. см} - 8 \text{ кв. м } 92 \text{ кв. дм } 75 \text{ кв. см} - 1 \text{ кв. дм } 19 \text{ кв. см} \times (123 \text{ кв. м } 75 \text{ кв. дм } 45 \text{ кв. см} : 40 \text{ кв. дм } 5 \text{ кв. см}) - 512 \times [31 \text{ кв. дм } 59 \text{ кв. см} - 8 \text{ кв. дм } 46 \text{ кв. см} + 23 \text{ кв. дм } 12 \text{ кв. см}] : 1 \text{ кв. дм } 47 \text{ кв. см.}$$

588. Два явления произошли одновременно в полдень 1 января 1948 года. Первое явление повторяется периодически через промежутки времени, равные 3 час. 28 мин. 15 сек. Второе явление повторяется также периодически, но через промежутки времени, равные 1 час. 20 мин. 51 сек. Определить дату и время, когда оба явления повторились совместно в первый раз.

У к а з а н и е. Выразить промежутки времени в часах или секундах и найти их НОК.

589. Наименьшее кратное двух чисел равно 4830, а их наибольший общий делитель равен 23. Найти эти числа, если $\frac{2}{7}$ второго числа равны 138.

У к а з а н и е. Выразить НОК через НОД.

590. Наибольший общий делитель чисел 9840 и 12 240 разделён на 3 части так, что первая вдвое больше второй, а вторая втрое больше третьей. Найти величины этих частей.

591. Затраты труда при рядовой посадке картофеля на конной тяге на 1 га составляют 10,5 человеко-дня, а при квадратно-гнездовой посадке машиной СКГ — 1,25 человеко-дня. Сколько человеко-дней сэкономит колхоз на участке длиной 3,2 км и шириной 2,5 км?

592. Затраты труда при уборке картофеля на 1 га при рядовой посадке при трехкратном окучивании и двукратном мотыжении 20,5 человеко-дня, а при квадратно-гнездовой посадке с соблюдением тех же агротехнических условий, работая культиватором КОН-2,8, нужно 0,36 трудодня. Найти экономию при уходе за картофелем на поле, размеры которого даны в задаче № 591.

593. Какую часть пути должен проходить я в один час, чтобы прийти в пункт А одновременно с товарищем, если известно, что он вышел на 3 часа раньше меня и проходил в час расстояние, равное $\frac{1}{9}$ того расстояния, которое мы должны пройти?

594. Один рабочий может окончить работу в 20 дней, а другой ту же работу в 24 дня. Работая один после другого, они оканчивают работу в 21 день. Сколько дней работал каждый?

Р е ш е н и е. Второй рабочий выполняет в 1 день $\frac{1}{24}$ всей работы. В 21 день он выполнил бы один $\frac{21}{24}$ всей работы, или $\frac{7}{8}$.

Осталась невыполненной $1 - \frac{7}{8} = \frac{1}{8}$ всей работы, потому что в работу не включился первый рабочий, который выполнял в один день $\frac{1}{20}$ всей работы. На сколько первый рабочий выполняет больше работы в один день, чем второй?

$$\frac{1}{20} - \frac{1}{24} = \frac{1}{120}.$$

Сколько дней работал первый? $\frac{1}{8} : \frac{1}{120} = 15$ (дней).

Сколько дней работал второй? 21 день — 15 дней = 6 дней.

Ответ. 15 дней и 6 дней.

Проверьте.

595. Двое рабочих, работая вместе, могут окончить некоторую работу в 6, (6) дня. Первый из них, работая один, может окончить эту работу в 12 дней. Работая один после другого, они могут окончить работу в 13 дней. Сколько дней должен работать каждый?

У к а з а н и е. Вторую часть задачи решить или способом смешения второго рода, или предположением.

596. Слиток из золота и серебра при погружении в воду «теряет» в весе 43 г. Серебра в слитке содержится в четыре раза больше, чем золота. Сколько золота и серебра в слитке, если известно, что при погружении в воду золото «теряет» $\frac{1}{19}$, а серебро

$\frac{1}{10}$ часть своего веса?

597. Цена 1 куб. м берёзовых дров 23 руб., ольховых 20 руб., хвойных 19 руб. и осиновых 15 руб. Вычислить цену 1 куб. м дров смеси: берёзы 45%, ольхи 22%, хвои 18% и осины 15%.

598. Расстояние от города А до города В самолёт пролетел в 22,5 часа. $\frac{1}{4}$ пути самолёт летел со скоростью 300 км в час,

$\frac{1}{2}$ пути со скоростью 500 км в час и остальную часть пути со скоростью 375 км в час. Как велика длина воздушной трассы от А до В?

Р е ш е н и е. Анализ. Чтобы ответить на вопрос задачи, нужно знать, сколько часов летел самолёт на каждом участке пути. Зная это, можно по скорости и времени найти длину каждого участка, а затем и длину всей воздушной трассы от А до В?

Чтобы найти время, в которое пролетел самолёт каждый участок пути, нужно 22,5 часа разделить на 3 части пропорционально длине участков и обратно пропорционально скорости на каждом участке, так как $t = \frac{s}{v}$. Обозначим длины участков

через s_1 , s_2 и s_3 , а скорости — через v_1 , v_2 и v_3 .

Тогда

$$s_1 : s_2 : s_3 = \frac{1}{4} : \frac{1}{2} : \frac{1}{4}.$$

$$\frac{1}{v_1} : \frac{1}{v_2} : \frac{1}{v_3} = \frac{1}{300} : \frac{1}{500} : \frac{1}{375} \quad (\text{обратно пропорц.}).$$

$$\begin{aligned} \text{Следовательно, } t_1 : t_2 : t_3 &= \frac{1}{4 \cdot 300} : \frac{1}{2 \cdot 500} : \frac{1}{4 \cdot 375} = \\ &= \frac{1}{12} : \frac{1}{10} : \frac{1}{15} = 5 : 6 : 4; \end{aligned}$$

$$5 + 6 + 4 = 15;$$

$$22,5 \text{ час.} : 15 = 1,5 \text{ часа.}$$

Время на каждом участке: $1,5 \text{ час.} \times 5 = 7,5 \text{ час.}$; $1,5 \text{ час.} \times 6 = 9 \text{ час.}$; $1,5 \text{ час.} \times 4 = 6 \text{ час.}$;

$300 \text{ км} \times 7,5 = 2250 \text{ км}$; $500 \text{ км} \times 9 \text{ км} = 4500 \text{ км}$ и $375 \text{ км} \times 6 = 2250 \text{ км}$;

$$2250 \text{ км} + 4500 \text{ км} + 2250 \text{ км} = 9000 \text{ км.}$$

599. В бассейн проведено три трубы, которые, действуя одна после другой, наполняют бассейн за 1,5 часа. Через первую трубу в 1 минуту вливается 60 вёдер, через вторую 75 вёдер и через третью 70 вёдер. Первая труба наполнила $\frac{9}{20}$ бассейна, вторая $\frac{15}{22}$ остатка и третья оставшуюся часть. Определить вместимость бассейна.

У к а з а н и е. $t = \frac{V}{p}$, где t — время, V — объём бассейна и p — работа каждой трубы. Дальше смотри предыдущую задачу.

600. На 1432 руб. купили чай трёх сортов. Число пачек I сорта составляло 86% от числа пачек II сорта, а число пачек III сорта относилось к числу пачек I сорта, как 6, (6) : 2(6). Цена одной пачки I сорта относилась к цене одной пачки II сорта, как 3 : 2, а цена пачки III сорта на 60% ниже цены пачки I сорта.

Сколько куплено пачек чая каждого сорта, если пачка чая III сорта стоила на 80 коп. дешевле пачки чая II сорта?

Р е ш е н и е. Чтобы найти число пачек, нужно стоимость чая каждого сорта разделить на цену пачки этого же сорта. Но стоимость чая каждого сорта неизвестна, а потому сумму 1432 нужно разделить на 3 части прямо пропорционально числу пачек и их цене. Найдём отношение числа пачек каждого сорта. Число пачек II сорта примем за 100%;

$$I : II = 86 : 100 = 43 : 50;$$

$$III : I = 6, (6) : 2, (6) = 6 \frac{2}{3} : 2 \frac{2}{3} = 20 : 8 = 5 : 2;$$

перепишем отношения так:

$$\begin{array}{l|l|l} \text{III} : \text{I} = 5 : 2 & 43 & 215 : 86 \\ \text{I} : \text{II} = 43 : 50 & 2 & 86 : 100 \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} \text{III} : \text{I} : \text{II} = 215 : 86 : 100; \\ \text{I} : \text{II} : \text{III} = 86 : 100 : 215. \end{array} \right.$$

Найдём цены пачек $\text{I} : \text{II} = 3 : 2$ (по условию задачи); III сорт на 60% дешевле I сорта, следовательно, цена I сорта принята за 100%, а цена III сорта в процентах равна $100 - 60 = 40$ (процентам). 40% от 3 составляет $\frac{3 \cdot 40}{100} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$; отношение цен

$\text{I} : \text{II} : \text{III} = 3 : 2 : 1\frac{1}{5} = 15 : 10 : 6$. Разность в частях между II и

III равна $10 - 6 = 4$; разность в деньгах 80 коп.; $80 \text{ коп.} : 4 = 20 \text{ коп.}$ (1 часть стоимости). Цена пачки I сорта равна $20 \text{ коп.} \times 15 = 3 \text{ руб.}$; II сорта $20 \text{ коп.} \times 10 = 2 \text{ руб.}$; III сорта $20 \text{ коп.} \times 6 = 1 \text{ руб. } 20 \text{ коп.}$

Чтобы найти количество пачек, нужно стоимость (1432 руб.) разделить прямо пропорционально числу пачек и их цене, так как стоимость складывается из произведения цены на количество. Число пачек прямо пропорционально числам

$$86 : 100 : 215.$$

Цена их прямо пропорциональна $15 : 10 : 6$.

Стоимость пачек каждого сорта будет прямо пропорциональна произведению этих отношений

$$(86 : 15) : (100 \cdot 10) : (215 \cdot 6)$$

или, после перемножения и сокращения, $129 : 100 : 129$.

Сумма частей $129 + 100 + 129 = 358$. Одна доля стоимости $\frac{1432}{358}$ руб. = 4 руб. Стоимость пачек I сорта: 4 руб. \cdot 129, а число их $\frac{4 \cdot 129}{3} = 172$ (пачки). Число пачек II сорта $\frac{4 \text{ руб.} \cdot 100}{2 \text{ руб.}} = 200$ (пачек) и III сорта $\frac{4 \text{ руб.} \cdot 129}{1,2 \text{ руб.}} = 430$ (пачек).

Ответ. 172 пачки; 200 пачек и 430 пачек.

601. Пять авторов получили за составление рукописи 13 510 руб., которые распределили между собой так, что их части находились в следующем отношении:

$$\text{I} : \text{II} = 1 : 2; \text{II} : \text{III} = 3 : 4; \text{III} : \text{IV} = 5 : 6; \text{IV} : \text{V} = 7 : 8.$$

Сколько получил каждый из авторов?

602. На постройку одного дома пошло 740 куб. м камня, а на постройку другого дома в $1\frac{2}{3}$ раза меньше. Цена 1 куб. м камня для второго дома равнялась $\frac{7}{8}$ цены 1 куб. м камня, купленного для первого дома. Определить покупную стоимость кубического метра камня на первый и второй дом, если на оба дома пошло на 9570,8 руб. камня.

(Решить по правилу пропорционального деления двумя способами.)

603. Четыре рабочих подписались на заём на одинаковые суммы. Один подписался на облигации по 100 руб., второй по 200 руб., третий (по 500 руб. и четвёртый по 1000 руб. Сколько облигаций должен получить каждый рабочий, и на какую сумму они все подписались, если всего они получили 36 облигаций?

604. В 1937 г. в Советском Союзе на освещение было израсходовано 6 млрд. киловатт-часов. Так как самая совершенная лампа мощностью в 100 ватт превращает в свет только 3% потребляемой энергии, вычислить, сколько потеряно киловатт-часов. Какие потери понесло от этого государство при цене электроэнергии 25 коп. за киловатт-час?

605. Артель продала свою продукцию за 9564,8 руб. с прибылью в 12%. Определить стоимость продукции.

Решение. 1-й способ. Себестоимость товара принимаем за 100%. Стоимость его с прибылью нужно принять за $100\% + 12\% = 112\%$. Отсюда легко найти 1% себестоимости продукции $\frac{9564,8}{112}$ руб. и себестоимость продукции $\frac{9564,8 \cdot 100}{112}$ руб., или 8540 руб.

2-й способ. $100\% + 12\% = 112\%$; или 1,12; $9564,8 : 1,12 = 8540$ руб.

606. Книга продана со скидкой в 12% за 22,44 руб. Сколько стоит книга без скидки?

Решение. 1-й способ. Примем стоимость книги без скидки за 100%. Цена книги со скидкой в процентах составляет $100\% - 12\% = 88\%$. Следовательно, 22,44 руб. составляют 88%.

Найдём 1%, уменьшив 22,44 руб. в 88 раз, получим $\frac{22,44}{88}$ руб., а так как стоимость книги без скидки принята за 100%, увеличим $\frac{22,44}{88}$ руб. в 100 раз и получим $\frac{22,44 \cdot 100}{88}$ руб., или 25 руб. 50 коп.

2-й способ. $100\% - 12\% = 88\%$, или 0,88; $22,44 : 0,88 = 25,5$ руб.

607*. В трёх пакетах было 136 апельсинов. В первом пакете вдвое больше, чем во втором, а во втором на 8 апельсинов больше, чем в третьем. Каждый апельсин первого пакета стоит 1,5 руб., а третьего пакета 2,5 руб. Сколько стоит каждый апельсин второго пакета, если, смешав все апельсины и продавая каждый по 2 руб., сделали 8,8% наценки?

Решение. Примем число апельсинов в третьем пакете за 1 условную единицу, тогда во втором пакете 1 такая условная единица и 8 апельсинов, а в первом в 2 раза больше, или 2 условные единицы и 16 апельсинов. Содержимое всех трёх пакетов можно принять за 3 условных единицы и 24 апельсина. 3 условные единицы равны 136 апел. — 24 апел. = 112 апел., 1 усл. единица равна 112 апел. : 4 = 28 апел.

В третьем пакете 28 апел.; во втором 28 апел. + 8 апел. = = 36 апел.; в третьем 36 апел. $\times 2 = 72$ апел.

Определим себестоимость апельсинов:

$$100 + 8,8 = 108,8 \text{ (проц.);}$$

$$\frac{2 \cdot 136 \cdot 100}{108,8} = 250 \text{ (руб.).}$$

Апельсины первого пакета стоят 1,5 руб. $\cdot 72 = 108$ руб.; 2,5 руб. $\cdot 28 = 70$ руб.; первого и второго вместе 108 руб. + + 70 руб. = 178 руб.

Апельсины второго пакета стоили 250 руб. — 178 руб. = 72 руб.

Цена одного апельсина из второго пакета: 72 руб. : 36 = 2 руб.

608. До снижения цен на 2,2 кг кускового сахара и 1,7 кг сахарного песка платили 55,95 руб. После снижения цен на кусковой сахар на 12%, а на сахарный песок на 15% за 1,5 кг кускового сахара и 2 кг сахарного песку уплатили 42,75 руб.

Сколько стоил 1 кг кускового сахару и сколько стоил 1 кг сахарного песка после снижения цен в 1951 г.?

Решение. Сколько килограммов сахару каждого сорта дадут по новой цене на 55,95 руб.

$$100\% - 12\% = 88\%; \quad \frac{2,2 \cdot 100}{88} = 2,5 \text{ кг (куск. сах.),}$$

$$100\% - 15\% = 85\%; \quad \frac{1,7 \cdot 100}{85} = 2 \text{ кг (сах. песка).}$$

Дальше задача решается исключением одного из неизвестных:

$$2,5 \text{ кг} - 2 \text{ кг} - 55,95 \text{ руб.}$$

$$1,5 \text{ кг} - 2 \text{ кг} - 42,75 \text{ руб.}$$

$$1 \text{ кг} - 13,2 \text{ руб.}$$

Цены на кусковой сахар 13,2 руб. На сколько процентов сейчас снижена цена на сахар?

* Звёздочкой отмечены задачи, предлагавшиеся в качестве контрольных работ.

609. Дрова, заготовленные для школы, сложены в дровянике, длина которого относится к ширине, как $0,625 : 0,6$, а ширина относится к высоте, как $2 : \frac{3}{8}$. Высота на $12,3$ м меньше длины.

Дровяник заполнен дровами на $\frac{5}{9}$ его вместимости. На сколько процентов школа обеспечена дровами, если месячная потребность в дровах составляет 42 куб. м, а отопительный сезон продолжается $7,5$ месяца?

610. В трёх высотных зданиях Москвы, которые построены на Комсомольской площади, площади Восстания и у Красных ворот, всего 60 жилых этажей. Количество этажей в каждом здании прямо пропорционально числам $3, 4; 4,2$ и $4,4$. Сколько жилых этажей в каждом здании?

611. Новое здание университета в Москве на 2 этажа выше жилого здания на Котельнической набережной, а это здание на 2 этажа выше административного здания на Смоленской площади. Число этажей в здании на Дорогомиловской набережной относится к числу этажей в жилом здании на Котельнической набережной, как $13 : 12$. Сколько этажей в каждом здании, если всего в четырёх высотных зданиях 98 этажей?

612*. В полдень со станции A выходит поезд, а в 13 час. 15 мин. из B выходит ему навстречу другой поезд, скорость которого относится к скорости первого, как $2 : 3$. Определить, в котором часу они встретятся, если первый поезд прибыл в B в полночь.

Чтобы ответить на вопрос задачи, нужно знать время отправления поездов и их скорости. Скорости даны в виде отношения ($2 : 3$), время отправления поездов известно. Для уточнения скорости первого поезда дано ещё, что первый поезд прибыл в B в полночь. Следовательно, путь от A до B он прошёл в 12 час. Приняв путь за 1 условную единицу, найдём скорость первого поезда в 1 час ($1 : 12 = \frac{1}{12}$). Так как скорости относятся как $v_1 : v_2 = 2 : 3$, найдём v_2 :

$$\frac{1}{12} : v_2 = 2 : 3; \quad v_2 = \frac{3}{12 \cdot 2} = \frac{1}{8}.$$

Первый поезд прошёл до выезда второго $\frac{1}{12} \cdot 1 \frac{1}{4}$, или $\frac{5}{48}$ всего пути. Им осталось пройти до встречи $1 - \frac{5}{48} = \frac{43}{48}$ всего пути. В

течение часа поезда сближаются на $\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{8}\right)$ пути, или на $\frac{5}{24}$ пути.

Встреча произошла через $\left(\frac{43}{48} : \frac{5}{24}\right)$ часов, или через $4,3$ часа, т. е. в $(13$ час. 15 мин. $+ 4,3$ часа), или в 17 час. 33 мин.

613*. Два поезда выходят в разное время из города A по направлению в город B . Скорости первого и второго поездов относятся, как $1(9) : 0, (9)$.

Первый поезд вышел из города A через 2 часа после выхода второго, причём последний всё расстояние от города A до города B проходит в 8 час. Через сколько часов первый поезд догонит второй, на каком расстоянии от A и на сколько часов первый поезд прибудет в город B раньше второго?

Указание. Отношение скоростей равно $2 : 1$, т. е. один движется вдвое быстрее другого. Если второй, который движется быстрее, проходит всё расстояние в 8 час., то первому нужно на этот путь времени вдвое больше, т. е. 16 час.

614*. Со станции A в 11 час. 35 мин. дня выходит поезд, а в 55 мин. первого часа дня из A вслед за ним выходит другой поезд, скорость которого относится к скорости первого поезда, как $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$. В котором часу он догонит первый поезд?

Анализ. Чтобы ответить на вопрос задачи, нужно знать скорости поездов и промежуток времени между 12 час. 55 мин. и 11 час. 35 мин., т. е. 1 час 20 мин., или $1\frac{1}{3}$ часа. Время дано, и вместо скоростей даны их отношения: $v_1 : v_2 = \frac{1}{2} : \frac{1}{3} = 3 : 2$. Примем скорость первого за 3 условных единицы, тогда скорость второго равна 2 условным единицам. Первый поезд до выхода второго прошёл $2 \cdot 1\frac{1}{3}$, или $2\frac{2}{3}$ условной единицы. Второй поезд нагоняет первый каждый час на $(3 - 2)$ условных единиц. Следовательно, он догонит его через $2\frac{2}{3} : 1$, или через $2\frac{2}{3}$ часа. Так как второй поезд вышел в 12 час. 55 мин., то второй поезд догонит первый в $(12 \text{ час. } 55 \text{ мин.} + 2\frac{2}{3} \text{ часа})$, или в 15 час. 35 мин.

Ответ. 15 час. 35 мин.

615. (Задача-шутка). Колхозница продавала на базаре арбузы. Первому покупателю она продала половину имеющихся у неё арбузов и ещё пол-арбуза. Второму — половину оставшихся арбузов и ещё пол-арбуза, третьему — половину оставшихся арбузов и ещё пол-арбуза, после чего оказались распроданными все арбузы. Сколько арбузов продала колхозница, если известно, что при продаже ни одного арбуза не пришлось резать на части.

Пояснение. Так как третий покупатель купил половину оставшихся после второго и ещё пол-арбуза, после чего арбузов не осталось, то, очевидно, что пол-арбуза составляла половину

остатка, а весь остаток после второго покупателя составлял 1 арбуз. Рассуждая так же, найдём, что второй покупатель купил два арбуза, а третий 4 арбуза. Всего же арбузов было 7.

616. В совхозе 65% всей земли находится под пашней, а остальная земля распределена в отношении 4 : 3 между лугом и лесом. Узнать, сколько всего земли в совхозе, если земли под лугом на 1400 га больше, чем под лесом.

617. Косцы должны выкосить два луга. Начав с утра косить большой луг, они после полудня разделились; одна половина осталась на первом и к вечеру его докосила, а другая пошла косить на другой луг, вдвое меньший первого. Сколько было косцов, если известно, что в течение следующего дня оставшуюся часть работы выполнил один косец? (Задача Л. Н. Толстого.)

Решение. Примем работу, выполненную во вторую половину дня, за 1 условную единицу. Тогда в первую половину дня выполнены 2 условные единицы, а всего на первом лугу 3 условные единицы. Так как на второй луг ушла половина рабочих на полдня, то они выполнили такую же работу, как и оставшиеся на первом лугу, т. е. одну условную единицу. Всего в первый день выполнено $1 + 2 + 1 = 4$ (условных единиц). Из них на первом лугу $(1 + 2) = 3$ и на втором 1. Но второй луг в два раза меньше первого, следовательно, для того, чтобы скосить его, нужно $\frac{1+2}{2}$ условные единицы, или $1\frac{1}{2}$.

В первый день на втором лугу выполнялась работа, равная 1 условной единице, значит, во второй день 1 рабочий выполнил $1\frac{1}{2} - 1 = \frac{1}{2}$ условной единицы. Так как один рабочий в день выполняет $\frac{1}{2}$ условной единицы, то на работу вышло столько косарей, сколько раз в 4 условных единицах содержится по $\frac{1}{2}$ условной единицы, или $4 : \frac{1}{2} = 8$ (косарей).

618. В вузе на первом курсе 125 студентов, на втором на $33\frac{1}{3}$ меньше, чем на третьем, а на третьем курсе $\frac{2}{3}$ числа студентов первого и второго курсов. Все студенты трёх курсов получают ежемесячно 106 750 руб. стипендии. Определить размер студенческой стипендии на каждом курсе, если известно, что 4 студента I курса получают в месяц столько же, сколько 3 студента II курса, а 3 студента III курса — столько, сколько получают 5 студентов I курса.

Анализ. Для определения размера студенческой стипендии на каждом курсе нужно знать число студентов каждого курса и

сколько рублей получает каждый курс для выдачи стипендий. Для ответа на первый вопрос даны процентное отношение числа студентов II и III курсов, число студентов I курса и отношение числа студентов III курса к числу студентов I и II курсов. Известна также и общая сумма денег, получаемая студентами I—III курсов.

Так как сумма денег, получаемая студентами каждого курса, прямо пропорциональна числу студентов и размеру стипендии, то 107 650 руб. нужно разделить на 3 части, пропорциональные этим данным.

Решение задачи распадается на 3 части:

I. Определение числа студентов на каждом курсе и отношения между размерами стипендии по курсам.

Примем число студентов I и II курсов за 1 условную единицу.

Тогда число студентов III курса равно $\frac{2}{3}$ этой условной единицы; но число студентов II курса на $33\frac{1}{3}\%$ меньше, чем на III,

т. е. $\frac{2}{3}$ от $\frac{2}{3}$; или $\frac{4}{9}$. Так как число студентов I и II курсов при-

нято за 1 условную единицу, то на I курсе 1 $\frac{4}{9}$, или $\frac{5}{9}$ условной единицы. Но на I курсе — 125 студентов. Находим по частям целое: $125 : \frac{5}{9} = 225$ (студентов) на I и II курсах; $225 - 125 = 100$

(студентов) на II курсе. На III курсе $\frac{2}{3}$ от 225, или 150 (студ.).

Если 4 студента I курса получают столько же, сколько 3 студента II курса, то размеры стипендий обратно пропорциональны числам 4 и 3, т. е. стипендии I : II = 3 : 4. Точно так же I : III = 3 : 5, отсюда: I : II : III = 3 : 4 : 5.

II. Определение суммы денег, выплачиваемой каждому курсу.

Число студентов по курсам: 125, 100 и 150 человек. Отношение между размерами стипендий по курсам: 3 : 4 : 5. Приводим отношения к одной единице путём перемножения и сокращения: $(125 \cdot 3) : (100 \cdot 4) : (150 \cdot 5) = 15 : 16 : 30$. Делим сумму 106 750 руб. на 61 и умножаем последовательно на 15, 16 и 30.

: III. Вычисление размера стипендий на каждом курсе

Эту часть вычислений можно связать со второй так:

$$\frac{106750 \cdot 10}{61 \cdot 125} = 210 \text{ (руб.)} \quad \frac{106750 \cdot 16}{61 \cdot 100} = 280 \text{ (руб.)}$$

$$\frac{106750 \cdot 30}{61 \cdot 150} = 350 \text{ (руб.)}$$

619. В высшем учебном заведении на I курсе занимаются 300 студентов, на III курсе — вдвое меньше, чем на II, а на II $\frac{1}{2}$ числа студентов, занимающихся на I и III курсах вместе. Все студенты трёх курсов получали ежемесячно 135 000 руб. стипендии. Определить размер стипендии студента каждого курса, если известно, что 2 студента I курса получают в месяц столько, сколько один студент III курса, а 3 студента III курса столько, сколько 4 студента II курса.

ЗАДАЧИ И ПРИМЕРЫ, ПРЕДЛАГАВШИЕСЯ НА ГОСУДАРСТВЕННЫХ ЭКЗАМЕНАХ В ПЕДАГОГИЧЕСКИХ УЧИЛИЩАХ МИНИСТЕРСТВА ПРОСВЕЩЕНИЯ РСФСР в 1945—1952 гг.

Вариант № 1

№ 1. Задача.

Три колхоза решили общими силами и средствами построить электростанцию и расходы распределить между собой пропорционально числам: $7\frac{8}{15}$; 4,8 и $2\frac{1}{2}$.

Стоимость здания составляла $\frac{42}{47}$ стоимости машин, а расходы на рабочую силу составляли 25% стоимости здания и машин вместе; кроме того, известно, что расходы на рабочую силу были на 7900 руб. меньше, чем на здание.

Сколько денег должен был внести каждый колхоз на постройку электростанции?

Ответ. 22600 руб.; 1440 руб.; 7500 руб.

№ 2. Задача.

Колхоз доставил на элеватор 480 мешков пшеницы и ржи, общим весом 28,14 т. Средний вес мешка пшеницы составлял 52 кг, а ржи — 0,64 ц. Определить число мешков пшеницы и ржи в отдельности.

Ответ. 215 мешков пшеницы; 265 мешков ржи.

№ 3. Пример.

$$\frac{127,5 - 11,2 \cdot 9 \frac{1}{3}}{6,3 + 8,4 \cdot 14 \frac{2}{7}} : \frac{2,4 + 1 \cdot 6}{2 \frac{1}{2} \cdot 15 - 36 \frac{74}{75}}$$

Ответ. $\frac{1}{5}$.

Примерное объяснение к экзаменационной задаче № 1.

I. Сокращённая запись задачи.

Расходы распределить: $7\frac{8}{15} : 4,8 : 2\frac{1}{2}$;

Стоимость $\left\{ \begin{array}{l} \text{машин } 1, \\ \text{здания } \frac{42}{47}, \\ \text{рабочей силы } 25\% \text{ от } 1\frac{42}{47} \text{ и на } 7900 \text{ меньше,} \\ \text{чем стоимость здания.} \end{array} \right.$

Сколько денег должен внести каждый колхоз?

II. Анализ. Чтобы найти расходы каждого колхоза на постройку электростанции, нужно знать: 1) стоимость электростанции и 2) как распределяются расходы. Последнее известно. Для определения же стоимости даётся разность в суммах, выплаченной рабочим и затраченной на постройку здания. Этих данных для вычисления стоимости электростанции достаточно.

III. План и решение.

1) Определение стоимости электростанции.

Стоимость машины в условных единицах — 1; здания $\frac{42}{47}$;

того и другого вместе $1 + \frac{42}{47} = 1\frac{42}{47}$. Стоимость рабочей силы

в долях единицы 25% от $1\frac{42}{47}$, или $\frac{1}{4}$ от $\frac{89}{47}$, т. е. $\frac{89}{188}$.

Выразим отношение стоимости машин, здания и рабочей силы в целых числах: $1 : \frac{42}{47} : \frac{89}{188} = 188 : 168 : 89$.

Найдём разность в частях между стоимостью здания и стоимостью рабочей силы: $168 - 89 = 79$.

Так как та же разность в деньгах равна 7900 руб., то на 1 долю приходится 7900 руб. : 79 = 100 руб.

Определим по числу долей ($188 + 168 + 89$) и сумме, приходящейся на 1 долю, стоимость электростанции:

100 руб. · ($188 + 168 + 89$), или 100 руб. · 445 = 44 500 руб.

2) Определение расходов каждого колхоза на электростанцию.

Для вычисления расходов каждого колхоза на электростанцию нужно 44 500 руб. разделить пропорционально числам $7\frac{8}{15}$; 4,8; $2\frac{1}{2}$. Заменяя отношение смешанных чисел отноше-

нием целых чисел, сложим их и определим размер каждой доли:

$$7 \frac{8}{15} : 4,8 : 2 \frac{1}{2} = 226 : 144 : 75; 226 + 144 + 75 = 445;$$

$$44 \ 500 \text{ руб.} : 445 = 100 \text{ руб.}$$

Первый колхоз издержал на постройку электростанции 100 руб. $\cdot 226 = 22 \ 600$ руб., второй — 100 руб. $\cdot 144 = 14 \ 400$ руб. и третий — 100 руб. $\cdot 75 = 7500$ руб.

Ответ. 22 600 руб.; 14 400 руб. и 7500 руб.

IV. Проверка задачи. Найденные суммы удовлетворяют первому условию задачи, так как находятся в отношении

$$22 \ 600 : 14 \ 400 : 7500 = 226 : 144 : 75 = \frac{226}{30} : \frac{144}{30} : \frac{75}{30} =$$

$$= 7 \frac{8}{15} : 4 \frac{4}{5} : 2 \frac{1}{2}.$$

Стоимость электростанции удовлетворяет условиям задачи, так как, разделив 44 500 руб. пропорционально числам 188 : 168 : 89, получим: стоимость машин 100 руб. $\cdot 188 = 18 \ 800$ руб., стоимость здания 100 руб. $\cdot 168 = 16 \ 800$ руб. и стоимость рабочей силы 100 руб. $\cdot 89 = 8900$ руб.

Отсюда стоимость здания $\frac{16 \ 800 \text{ руб.}}{18 \ 800 \text{ руб.}} = \frac{42}{47}$ стоимости машин (второе условие задачи). Возьмём 25% от стоимости здания и машин вместе $\frac{18 \ 800 \text{ руб.} + 16 \ 800 \text{ руб.}}{4} = \frac{35 \ 600 \text{ руб.}}{4} = 8900$ руб.

(третье условие задачи). Наконец, находим разность в стоимости здания и рабочей силы: 16 800 руб. — 8900 руб. = 7900 руб. (последнее условие задачи).

Итак, найденное решение удовлетворяет всем условиям задачи; значит, задача решена верно.

Вторая задача — на предположение. Решается аналогично задаче № 103.

Вариант № 2

№ 1. Задача.

На фабрике 8500 стахановцев, что составляет $56 \frac{2}{3}$ % общего числа рабочих. Средний месячный заработок стахановца и средний месячный заработок рядового рабочего обратно пропорциональны числам $1 \frac{5}{6}$ и 4.

Какова общая месячная зарплата всех рабочих фабрики, если известно, что месячный заработок стахановца превышал на 1040 руб. месячный заработок рядового рабочего?

Ответ. 22,04 млн. руб.

№ 2. Пример.

На основании зависимости между компонентами и результатом действий найти x в выражении:

$$\frac{3\frac{4}{15}}{\left(2,75x + 4\frac{1}{2}\right) : 21\frac{3}{7}} - 1,375 = 5\frac{5}{8}.$$

Ответ. $x = 2$.

№ 3. Пример.

(4 кв. м 7 кв. дм 18 кв. см — 1 кв. м 9 кв. дм 28 кв. см) : 5.

Вариант № 3

№ 1. Задача.

Школа купила билеты в театр и в кино, всего 280 билетов. Цена каждого билета в театр и цена каждого билета в кино обратно пропорциональны числам 1,3 и $3\frac{1}{4}$. Один билет в кино стоил дешевле одного билета в театр на 9 руб. 60 коп. Число билетов в театр составляло $27\frac{3}{11}$ % от числа билетов в кино. Сколько стоили все билеты в кино и в театр вместе?

Ответ. 2368 руб.

№ 2. Пример.

На основании зависимости между компонентами и результатом действий найти x в выражении:

$$\left\{ 288 : \left[144 - \frac{\left(100 - \frac{2}{3}x\right)^4}{7} \right] \right\} + 108 = 111.$$

Ответ. $x = 24$.

№ 3. Пример.

Произвести указанные действия:

$$\frac{20\frac{8}{15} \cdot 7,5 - 135 : 2,5}{4,2 \cdot 3\frac{3}{7} - 34,4 : 14\frac{1}{3}} - 1 : \frac{1}{3}.$$

Вариант № 4

№ 1. Задача.

В магазине было 3 ящика кофе. Вес кофе в 1-м ящике относился к весу кофе во 2-м ящике, как $1,2 : 1$, а вес кофе во 2-м ящике относился к весу кофе в 3-м ящике, как $3 \frac{1}{3} : 6$. В 3-м ящике кофе было на 24 кг больше, чем во 2-м ящике. $16 \frac{2}{3} \%$ всего имевшегося в магазине кофе закупала столовая по 60,4 руб. за килограмм. Сколько рублей выручил магазин за кофе, проданное столовой?

Ответ. 1208 руб.

№ 2. Пример.

На основании зависимости между компонентами и результатом действия найти x в выражении:

$$\left[\left(6 \frac{3}{7} - \frac{0,75x - 2}{0,35} \right) \cdot 2 \frac{4}{5} - 1,75 \right] : 0,05 = 235.$$

Ответ. $x = 4$.

№ 3. Пример.

Число 3,43 разделить на 3 части обратно пропорционально числам:

$$\frac{2}{3}; 0,75 \text{ и } 0,8.$$

Вариант № 5

№ 1. Задача.

В кооперативной палатке было мясо двух сортов. Второго сорта было 49 кг, что составляло $24 \frac{1}{2} \%$ всего имевшегося в палатке мяса. Цена 1 кг мяса первого сорта и цена 1 кг мяса второго сорта обратно пропорциональны числам: 3,25 и 4. Сколько рублей стоило всё имевшееся в палатке мясо, если известно, что 1 кг первого сорта был на 4,5 руб. дороже 1 кг второго сорта?

Ответ. 4917,5 руб.

№ 2. Пример.

На основании зависимости между компонентами и результатом действий найти x из выражения:

$$\left[3 \frac{1}{4} - \frac{\left(6 \frac{9}{16} - 2,5x \right) \cdot \frac{3}{5}}{0,75} \right] : 6 \frac{2}{3} + 0,9 = 1 \frac{1}{6}.$$

Ответ. $x = 2$.

№ 3. Пример.

Произвести указанные действия и полученное частное выразить в квадратных дециметрах:

$$(2 \text{ кв. м } 9 \text{ кв. дм } 3 \text{ кв. см} - 1 \text{ кв. м } 88 \text{ кв. дм } 95 \text{ кв. см}) : 4.$$

Вариант № 6

№ 1. Задача.

Трое рабочих заработали некоторую сумму денег. Зарплата первого рабочего относилась к зарплате второго рабочего, как $\frac{1}{3} : 0,6$, а зарплата второго рабочего относилась к зарплате третьего рабочего, как $1 : 1\frac{1}{3}$. Все трое рабочих на $82\frac{1}{2}\%$ своей зарплаты приобрели облигации государственного займа. На какую общую сумму приобрели облигаций государственного займа трое рабочих, если известно, что третий рабочий заработал на 600 руб. больше, чем второй?

Ответ. 4290 руб.

№ 2. Пример.

На основании зависимости между компонентами и результатом действий найти x из выражения:

$$0,24 : \left[\frac{(0,5x - 1,8) \cdot \frac{2}{3}}{\frac{1}{6}} + 1,2 \right] - 0,01 = 0,01.$$

Ответ. $x = 9$.

№ 3. Пример.

Число 37,37 разделить на 3 части обратно пропорционально числам: $\frac{2}{9}$; 0,25 и $1\frac{1}{3}$.

Вариант № 7

№ 1. Задача.

В три палатки были доставлены яблоки по 10,4 руб. за 1 кг. В первую палатку поступило $14\frac{1}{2}\%$ всех яблок. Вес яблок во второй палатке относился к весу яблок в третьей палатке, как $0,6 : \frac{2}{3}$. Сколько рублей стоили яблоки во всех трёх палатках, если известно, что во вторую палатку привезли на 78 кг яблок больше, чем в первую?

Ответ. 3120 руб.

№ 2. Пример.

На основании зависимости между компонентами и результатом действий найти x из выражения:

$$2 \frac{2}{3} : \left[\frac{(3,72 - 0,02x) \cdot \frac{10}{37}}{\frac{5}{6}} + 2,8 \right] - \frac{7}{15} = 0,2.$$

Ответ. $x = 1$.

№ 3. Пример.

Число 1,02 разделить на 3 части, обратно пропорциональные числам: $1; \frac{1}{3}$ и 1,25.

Вариант № 8**№ 1. Задача.**

Колхоз снял сено с двух лугов. С первого луга колхоз снял 49 т, что составляло $46\frac{2}{3}\%$ всего снятого сена. $48\frac{4}{7}\%$ всего снятого сена колхоз уложил на сеновалах, а остальное сено было сложено в 3 стога, причём между стогами сено было распределено в отношении, обратно пропорциональном числам: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ и $\frac{1}{4}$.

Сколько тонн сена было в каждом из стогов?

Ответ. 12 т, 18 т и 24 т.

№ 2. Пример.

На основании зависимости между компонентами и результатами действий найти x из выражения:

$$66,6 : \left(5 + 3,2 : \frac{0,8 - \frac{2}{15}x}{0,5} \right) - 7,15 = \frac{1}{4}.$$

Ответ. $x = 3$

№ 3. Пример.

Произвести указанные действия и полученное произведение выразить в квадратных дециметрах:

$$(4 \text{ кв. м } 16 \text{ кв. дм } 72 \text{ кв. см} - 3 \text{ кв. м } 95 \text{ кв. дм } 92 \text{ кв. см}) \times 2.$$

Вариант № 9**№ 1. Задача.**

Три брата приобрели коллективно облигации государственного займа. Первый внёс $53\frac{11}{13}\%$ суммы, внесённой вторым и третьим вместе, а суммы, внесённые вторым и третьим, были обратно пропорциональны числам: 1,6 и 1.

Братья выиграли по одной облигации 25 000 руб. и распределили между собой выигрыш пропорционально внесённой каждым из них сумме. Сколько выиграл каждый из братьев и на какую сумму были приобретены облигации, если третий брат внёс на 250 руб. больше первого?

Ответ. 8750 руб.; 6250 руб. и 10 000 руб.

№ 2. Задача.

Два поезда вышли одновременно навстречу друг другу из двух городов, расстояние между которыми равно 680 км. Первый прошёл до встречи со вторым на 120 км больше, чем второй. Через сколько часов они встретились, если первый проходил по 40 км в час?

Ответ. 10 часов.

№ 3. Пример.

$$\left[4,25 - \frac{\left(4 \frac{9}{16} - \frac{2}{3} x \right) \cdot \frac{18}{41}}{0,45} \right] : 1,4 = 1 \frac{1}{4}.$$

Ответ. 3.

Вариант № 10

№ 1. Задача.

Четыре колхоза построили сообща гидростанцию. Сумма денег, внесённая первым колхозом, относилась к сумме денег, внесённой вторым колхозом, как $2,5 : 1 \frac{2}{3}$; суммы денег, внесённых первым и третьим колхозами, были обратно пропорциональны числам: 2,5 и 3(3). Доля четвёртого колхоза составляла 13% всей стоимости гидростанции. Сколько рублей стоила гидростанция и сколько внёс каждый колхоз, если известно, что первый колхоз внёс на 19 125 руб. больше третьего?

Ответ. I — 34 425 руб.
II — 45 900 руб.
III — 15 300 руб.

№ 2. Задача.

В двух магазинах были книги. В одном магазине в 3 раза больше, чем в другом. Когда из первого продали 2680 книг, а из другого — 500 книг, то в обоих магазинах книг стало поровну. Сколько книг было в каждом магазине?

Ответ. 3270 и 1090.

№ 3. Пример.

$$1 - \left[\frac{4,2(6)}{\left(1 \frac{291}{300} + 0,03 \right) x \cdot 1 \frac{1}{3}} \right] : 3,2 = \frac{1}{2}.$$

Ответ. $x = 1$.

Вариант № 11

№ 1. Задача.

За перевыполнение плана завод премировал некоторой суммой денег рабочих сборочного, револьверного и фрезерного цехов. Премииальные суммы сборочного и фрезерного цехов были обратно пропорциональны числам: 1 и 1(3), а премииальные суммы револьверного и фрезерного цехов были пропорциональны числам: 4,1(6) и 2,5. 44 $\frac{4}{9}$ % всей суммы рабочие внесли в сберегательную кассу, а на 27,5% купили облигации государственного трёхпроцентного займа. Сколько рублей внесли рабочие в сберегательную кассу и на какую сумму были куплены облигации, если известно, что премиальная сумма револьверного цеха превышала премиальную сумму фрезерного цеха на 12 000 руб.?

Ответ. 32 000 руб. и 19 800 руб.

№ 2. Задача.

С двух участков общей площадью в 375 га собран урожай картофеля по 20 т с гектара. Какова площадь каждого участка, если известно, что с одного участка собрали на 1500 т картофеля больше, чем с другого?

Ответ. 150 га и 225 га.

№ 3. Пример.

На основании зависимости между компонентами и результатом действий найти x из выражения:

$$24,48 : \left[10,04 - \frac{2}{3} \cdot \frac{(0,4166 \dots + 3 \frac{11}{60} x) \cdot 0,44 \dots}{\frac{2}{15}} \right] - 11,98 = 0,02.$$

Ответ. 1.

Вариант № 12

№ 1. Задача

Трое рабочих подписались на государственный заём на одинаковую сумму каждый. Первый подписался на облигации достоинством в 100 руб., второй в 200 и третий — в 500 руб. На какую сумму подписались все трое рабочих вместе и сколько процентов составляла вся сумма подписки на заём от общей заработной платы всех трёх рабочих, если известно, что все вместе они получили 34 облигации, а месячная заработная плата первого рабочего была на 1400 руб. меньше, чем месячная заработная плата второго и третьего рабочих вместе, и составляла 32,5% заработной платы всех трёх рабочих вместе?

Ответ. 6000 руб.

№ 2. Задача.

В совхозе 1000 голов скота, причём коров в 3 раза больше, чем лошадей, а овец на 200 голов больше, чем лошадей. Сколько в совхозе отдельно коров, лошадей и овец?

Ответ. Лошадей 160 гол.

№ 3. Пример.

На основании зависимости между компонентами и результатом действий найти x из выражения:

$$\left[0,44 \cdot \dots + 3,4 \cdot \frac{(4,133\dots + 0,8x) \cdot \frac{3}{136}}{1,7} \right] : 0,58 - 0,5 = \frac{11}{18}$$

Ответ. $\frac{1}{2}$.

Примечания.

1. При решении первой задачи должны быть даны:
 - 1) краткая запись условия задачи;
 - 2) план решения и объяснение хода решения;
 - 3) проверка решения и
 - 4) полная формулировка ответа.
 2. При решении второй задачи должны быть даны:
 - 1) анализ задачи в такой форме, которая требуется в начальной школе;
 - 2) решение в форме вопросов с объяснением выбора арифметического действия;
 - 3) проверка решения в виде действий и
 - 4) полная формулировка ответа.
- Решение примера должно сопровождаться соответствующим объяснением. Обязательна проверка полученного ответа.
-

ОТВЕТЫ

7. а) 8; б) 45; в) 1. 11. Во 2-й школе на 30 учеников. 13. 79 учеников
 14 215 кг. 15. Берёз на 37 больше. 16. а) Разность равна 0; б) разность рав-
 на 60. 18. 15; 16. 19. В 3 раза больше. 20. 1275. 22. Увеличится на 180. 23.
 Уменьшится на 220. 25. 250 т. 26. ≈ 13 м. 27. 45 км. 28. 12 руб.; 16 руб.; 20 руб.
 30. 45 км. 31. 18 ц; 1286 ц. 32. 12 руб. 50 коп.; 15 руб.; 22 руб. 50 коп. 34. 110.
 35. 37 км. 38. 80 коп. 39. 10 руб. 50 коп. 42. 50°. 44. 72°. 46. 70°. 47. $\approx 16^\circ$. 48.
 48°. 49. 6 т. 51. 800-й пробы. 52. 688-й пробы. 53. 400-й пробы. 54. ~~688~~-й про-
 бы. 57. 324 л; 300 л. 58. 336 л; 288 л. 65. 8 час. вечера. 66. 60; 30; 30. 67.
 100 га; 300 га; 200 га. 68. 5760 м². 71. 64 поезда. 72. 54 года; 48 лет
 73. 30; 90. 74. 60; 180; 280; 300. 75. 20 коров; 540 овец. 77. 45 коп. 80. 9 руб.
 25 руб. 81. 32 коп. 82. 75 лампочек. 83. 60 км; 25 км. 86. 12 руб.; 24 руб. 87. вт.
 600 кг. 88. 187 л. 92. 50 чел. 93. 12 кг. 10 кг. 94. 1480 т. 97. 80 кг; 50 кг. 99.
 30 руб.; 22 руб. 100. 7 м; 4 м в секунду 102. 70 чел.; 25 чел. 104. 2 кг. 4 кг 105.
 150 км; 30 км. 108. 50 коп. 108. 20 крол.; 50 куриц. 110. 15 : вт. и 16 molec. 111
 Первую на 4 часа; вторую на 3 часа. 112. 66 500 штук. 114. 60 т. 115. Первый в
 14 час.; второй в 15 час. 116. 14 час.; 36 км; 24 км; 17 час.; 15 час. 20 мин. 117.
 56 км. 118. 40 км; 50 км; 250 км. 120. Через 1 час 30 мин.; 300 км. 121. 656 км.
 122. 2 мин. 124. В 17 час. 40 мин. 132. 1) 6 февраля 1916 г.; 2) 9 марта 1900 г.
 3) 4 часа дня 27 июня 1948 г.; 4) 3 часа дня 1 января 1901 г. 134. 29 января
 1837 г. 135. 24 февраля 1856 г. 138. 68 л.; 3 мес.; 2 дня. 139. 812 дней. 140.
 3 мес. 12 дн. 144. 2 февраля 1768 г. 146. Квадратный на 1600 м². 147. 20 досок.
 148. 3200 дер. 149. 10 куск. 151. 21 кг 600 г. 152. 8 куб. м. 153. 21 600 шт.
 161. 620 ц; 620 ц; 730 ц. 162. 100; 300; 600. 163. 60 руб. 165. 32 м. 166. 5 км.
 169. 57 м. 170. 40 км; 50 км; 300 км. 171. 240 т. 173. 216 чел.; 54 чел. 174. 300 км
 175. 15 груз. 176. 5 дней. 178. 20 стол и 15 чайн. 179. 30 г; 54 г. 180. 30 груз.; 20
 подв. 181. ≈ 24 маш. 182. 9 ц; 5 ц; 10 ц. 183. 25 час. 208. 14 км. 209. 40. 214. 84 про-
 нера. 215. 40 дн.; 30 дн.; 120 дн. 216. 120 м; 20 столб. 217. 10 час.; 4 часа; 20 час.
 222. Уменьшается на $6\frac{44}{45}$. 223. а) Уменьшить на 39; б) уменьшить на $42\frac{7}{8}$. 225.
 21 $\frac{53}{60}$. 228. а) $1\frac{7}{12}$; б) $3\frac{1}{2}$; в) $\frac{3}{4}$; г) $4\frac{1}{2}$. 236. 10 м; 5 м. 239. 25 км. 240. 60 га.
 243. $22\frac{1}{4}$ см; 9 см. 244. 32 км. 246. 24 куб. м. 250. $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{4}$. 251. $\frac{3}{8}$; $\frac{5}{8}$. 252. $\frac{9}{19}$;
 200 000 чел. 260. 32 уч. 261. 30 т. 263. 364 га. 265. $22\frac{1}{2}$ км. 266. 150 км. 269.
 1260 га; 400 га. 271. 40 км; 36 км; 48 км. 278. 70 са. 279. 96 км. 282. 160 руб.
 120 руб. 283. 55 женщин; 44 мужч. 284. 40 гриб.; 60 гриб. 285. 6 руб. 40 коп.
 10*

9 руб. 60 коп.; 12 руб. 80 коп. 286. 20 лет. 287. 49. 288. 125; 135. 289. 175; 60.
 290. 320 руб.; 225 руб. 291. 2400; 75. 293. 3 кг. 294. 80. 295. 91. 296. 44.
 297. $2\frac{2}{5}$ т. 298. 25 000 чел. 299. 900 руб. 300. 1440 м. 301. 42 ученика. 303.
 10 бил.; 20 бил. 305. 30 кг.; 10 кг; 20 кг. 306. $67\frac{1}{2}$ км; $32\frac{1}{2}$ км. 308. 2 л. 309.
 $2\frac{1}{2}$ л.; $3\frac{1}{2}$ л. 311. $\frac{3}{5}$ л.; $\frac{9}{10}$ л. 314. 225 г; 350 г. 315. 162 г. 316. $33\frac{3}{4}$ г. 320.
 $2\frac{1}{2}$ м; 5 м; $6\frac{3}{5}$ м. 322. 12 км; $3\frac{1}{2}$ км. 323. 108 маш.; 162 маш. 324. 972 га;
 648 га; 1944 га. 325. $1249\frac{5}{8}$ га; $1441\frac{7}{8}$ га. 326. 5 га; $\frac{5}{7}$ га. 327. $32\frac{1}{4}$ ц; $53\frac{3}{4}$ ц.
 328. 6 дуб.; 4 сосн. 329. $3\frac{1}{2}$ м; $4\frac{1}{4}$ м. 330. $9\frac{1}{2}$ км; $4\frac{1}{2}$ км. 331. 6 кг; $\frac{3}{16}$ кг;
 $\frac{1}{16}$ кг. 332. $\frac{18}{25}$ т. $\frac{12}{25}$ т. 333. $310\frac{1}{8}$ км. 334. 40 км в час. 343. Через 6 час.
 344. За 18 дней. 345. Через $7\frac{1}{2}$ час. 346. 24 дн. и 48 дн. 347. 15 час.; 30 час.
 350. 30 час. 351. За 10 час. 352. 1 сут. 6 час. 353. $4\frac{2}{3}$ дня. 355. 41 платье;
 76 рубаш. 358. $108\frac{4}{5}$ кг. 359. 117 т. 360. 40 га; 60 га. 361. 140 рейсов. 362.
 $8\frac{2}{5}$ т; 14 т. 363. 16 т; 50,5 т. 364. 600 руб.; 200 руб.; 150 руб.; 120 руб.; 130 руб.
 374. 74. 76 т. 378. 720 000 т. 120 000 т. 379. 10 г. 380. 5,4 · 10 км. 381. 210 га;
 240 га. 382. 282, 1 га. 384. 8,4 руб.; 1,2 руб. 386. 4800 руб. 388. 2,5 и 8,75. 389.
 2,5 руб.; 11,25 руб. 391. 2,8 и 9,8. 392. 4,75 руб. 393. 244 км. 394. 300 км. 395. 336 стр.
 396. 75 чел. 397. 270 стр. 398. 160 кг. 400. 9 дней. 402. 160 руб.; 120 руб. 404. 36
 и 46. 405. 15 кг и 7,5 кг. 406. 24,5 кг и 25 кг. 408. 27 раз. 410. 581,25 руб. 414.
 5 кг; 4 кг; 6 кг. 415. 324 т. 416. 1407 вёд. 417. 459 м.м. 418. 18 дн. 419.
 $24\frac{1}{5}$ км/час. 420. 100 руб. 421. 13,5 км; 9,5 км. 422. 8,5 час. 424. 11,5 час. 425.
 24 час.; 1500 км. 426. 4,8 мин. 428. 14 час. 429. 46,8 км. 431. $28\frac{4}{7}$ мин.; $8\frac{4}{7}$ мин.
 433. 1 кг; 1,25 кг; 1,5 кг. 434. 6 час. 50 мин. 435. 24,38 руб. 436. 800 м³. 437.
 194 кг 235 г. 438. 3 кг 233 г. 439. 29 : 20. 440. 5 : 2. 441. 1. 442. 30. 444. 5 : 4.
 445. $2\frac{3}{5}$ м. 446. 22 руб. 447. 40 г. 448. 6,48 м. 449. 240 м. 453. 144 дня.
 454. 5 руб. 455. 200 стр. 456. 34,8 см. 458. 12 руб. 461. 180 м. 462. 39 кусков.
 466. 6 чел. 467. $\frac{2}{3}$. 468. 11 час. 472. 1050 св.; 560 овец. 473. 210 руб.; 135 руб. и
 190 руб. 474. 720 руб.; 864 руб.; 1008 руб. 479. 75 чел.; 50 чел.; 80 чел. 480.
 255 руб.; 272 руб. 482. 420 руб.; 120 руб.; 180 руб. 483. 210 кг. 484. 80 пасс.;
 64 пасс.; 72 пасс. 485. 1200 км. 488. 2880; 4320; 4860; 5103. 489. 840; 225;
 1050; 350; 700. 493. 15 руб. 30 коп.; 10 руб. 20 коп. и 15 руб. 30 коп. 496.
 12 вел и 8 мотоц. 497. 680-й пробы. 498. 44,84 руб. 499. $\approx 7,4$ км; ≈ 7 км. 502. 600-й
 пробы. 504. 250 г и 150 г. 505. 2,4 кг; 1,2 кг. 507. 9 л. 508. 78 руб.; 65 руб. 509.
 12 л. 510. Приб. 200 г лигатуры, тоже 0,4 кг благор. металла. 511. По 28,5 г.
 512. 640-й пробы. 516. 1 : 5. 521. Равны. 522. 48,6 га. 523. $\approx 3,6$ т. 524. 1,2 т. 525.
 2,6 г. 526. 48 руб. 527. 0,96 г минер. веш. 528. 48 т 263 кг. 531. 1363,96; 196,4;
 140,85; 101,86; 5216,75. 534. 1000 руб. 535. 1175 руб. 536. 40 кг. 537. 1250 руб.

540. 92,5%. 541. 5%. 542. 12,5%. 543. 25%. 544 I $\approx 106\%$. 551. 12 *кв.* 552. 10 *кв.*
329 *г.* 553. 390 *кв.* 554. 14%. 555. На 50%. 556. 955,5 руб. 559. 4000. 561. На 25%
562. На 50%. 563. $\approx 0,03\%$. 564. $\approx 2,3$. 571. $\approx 12,375$; $\approx 1,577$; $\approx 0,996$. 572.
 $\approx 0,566$. 573. $\approx 1,287$. 574. $\approx 0,328$. 575 а) $\approx 1474,09$; б) $\approx 15,859$; в) $\approx 173,09$,
г) $\approx 25,6$. 576. а) $\approx 8,15$; б) $\approx 11,06$; в) ≈ 163 ; г) $\approx 0,06$; д) $\approx 0,03$; е) $\approx 0,07$; ж)
 $\approx 11,572$. 578. ≈ 17 . 579. $\approx 0,4$ млн. *т.* 580. $\approx 150\%$; 336%. 586. 23. 587. 1044.
588. 6 января 6 час. 32 мин. 589. 483 и 230. 590. 144; 72 и 24. 591. 7400 челове-
ко-дня. 592. 1352 человеко-дня. 593. $\frac{1}{8}$. 595. 8 дней; 5 дней. 596. 95 *г* и 380 *г.*
597. 20 руб. 42 коп. 599. 600 *в*дер. 601. 1050 руб.; 2100 руб.; 2800 руб.; 3360
руб.; 3840 руб. 602. 8,8 руб.; 7,7 руб. 603. 20; 10; 4; 1. 604. $\approx 1,455$ млрд. руб.
609. 103%. 610. 17, 21; 22. 611. 26; 24; 26; 22. 616. 28 000 *га.* 619. 200 руб.;
300 руб.; 400 руб.

СО Д Е Р Ж А Н И Е

	<i>Стр.</i>
Предисловие	2
Указания к решению задач	3
<i>I класс.</i>	
Упражнения на русских счётах	5
Задачи на зависимость между компонентами и результатом действий	7
Задачи на изменение результата действий в зависимости от изме-	
нения компонентов действий	10
Задачи на вычисление среднего арифметического, а также на смеше-	
ние и сплавы первого рода	12
1. Задачи на вычисление среднего арифметического	12
2. Задачи на смешение первого рода	15
3. Задачи на сплавы первого рода	17
Задачи на нахождение чисел по их сумме и разности	19
Задачи на нахождение чисел по их сумме и кратному отношению	20
Задачи на вычисление неизвестного по разности двух величин	23
Задачи на исключение неизвестного при помощи вычитания	25
Задачи на уравнивание данных	26
Задачи на замену данных	27
Задачи на предположение	28
Задачи на движение	30
1. Движение в противоположных направлениях	—
2. Движение в одном и том же направлении	31
Задачи на время	33
1. Перевод календарного времени в арифметическое и обратно	—
2. Задачи на определение времени последующего события	34
3. Задачи на определение промежутка времени между двумя	
событиями	35
4. Задачи на определение времени предыдущего события	—
Задачи на вычисление площадей и объёмов	—
Смешанные задачи	37
<i>II класс.</i>	
Делимость чисел. Наибольший общий делитель и наименьшее общее	
кратное	42
Обыкновенные дроби	45
1. Упражнение на четыре действия	—
2. Задачи на нахождение дроби от числа	48
3. Задачи на нахождение числа по его дроби	52
4. Задачи на смешение второго рода	61
5. Задачи на повторение основных типов арифметических задач	
из программы I класса	65

III класс

Десятичные дроби	75
Отношения и пропорции	89
Простое тройное правило	90
Сложное тройное правило	92
Пропорциональное деление	97
1. Деление прямо пропорционально данным числам	—
2. Деление обратно пропорционально данным числам	99
3. Сложно-пропорциональное деление	102
Задачи на смешение	105
1. Определение цены или достоинства одного из смешиваемых или сплавляемых веществ	106
2. Определение количества смешиваемых или сплавляемых веществ (или их пропорции)	—
3. Определение количества одного из смешиваемых или сплавляемых веществ	107
Проценты	109
1. Нахождение нескольких процентов от числа	110
2. Нахождение числа по его проценту	114
3. Определение процентного отношения двух чисел	115
4. Нахождение первоначального вклада	117
5. Определение годового процента	—
6. Вычисление времени	—

IV класс.

Приближённые вычисления	121
Комбинированные задачи по всему курсу арифметики	126
Задачи и примеры, предлагавшиеся на государственных экзаменах в педагогических училищах Министерства просвещения РСФСР в 1945—1952 гг.	137
Ответы	144

110 6629

 ОБ 1954 г.
 Акт № 1107